# 仮想粘性による和と差のモード分離に基づく工作機械の ツインドライブ機構に対する高精密制御:2慣性系機構における基礎検討

## 藤本浩太\*,藤本博志(東京大学) 伊佐岡慶浩,寺田祐貴(DMG 森精機)

High Precision Control for Twin-Drive System of Machine Tool Based on Mode Decoupling with Virtual Viscosity: Basic Study on Two-Inertia System Kota Fujimoto\*, Hiroshi Fujimoto (The University of Tokyo) Yoshihiro Isaoka, Yuki Terada (DMG MORI CO., LTD.)

The machine tool is widely used in the manufacturing field, and twin-drive stage, which is moved with two motors loaded in parallel, has recently been utilized to move a large stage with smaller motors. However, in that system, the coupling force between the motors is raised, which deteriorates the controller performance. In this paper, the mode decoupling model to center-of-mass coordination is derived by adding viscosity as controller input. The multirate feedforward controller and P-PI controller are designed based on the proposed model. The proposed method is experimentally verified, and the tracking error is decreased by 74.5% compared to the conventional method.

**キーワード**:工作機械,ツインドライブ機構,モード分離,マルチレートフィードフォワード制御 (machine tool, twin-drive stage, mode decoupling, multirate feedforward control)

#### 1. 序論

19世紀末の第二次産業革命以降現代に至るまで,世界で は工業化が進み,自動車や飛行機といったモビリティ,橋 や上下水道といったインフラシステム等,多様な工業製品 が普及している。これらの工業製品は様々な機械部品の組 み合わせにより成立するが,それら機械部品の大半は図1 に示す工作機械により製造されている。その意味で工作機 械は全ての工業製品の母と呼ばれており,現在の工業化社 会に必要不可欠な機械となっている。

近年は工作機械の大型化が進んでおり、大型な機構をモー タで駆動することが必要となる。従来は1つのモータで機 構の駆動を行っていたが、大型な機構を駆動する場合は機 構固有の設計を行ったモータを使用することが必要不可欠 となり、設計費や製造費などが増大してしまうという問題 があった。この問題を解決するために1つの機構に対し、 モータを並列に2つ配置し駆動する、並列ツインドライブ 機構という概念が近年は普及しており、モデリング、パラ メータ推定、制御手法等、様々な検討が進められている<sup>(1)-(3)</sup>。 これにより従来から存在する小型なモータを利用して、工 作機械の大型な機構を駆動することが可能となっている。

工作機械で機械部品を製造する際は,高速かつ高精度に 加工を行うことが重要であり,ツインドライブ機構におい てもそれは求められている。一般に工作機械の機構を高速, 高精度に駆動するためには使用する制御器の制御ゲインを



図1 製造分野で広く利用される工作機械の例<sup>(4)</sup> Fig.1: The example of the machine tool utilized widely in the field of manufacturing<sup>(4)</sup>

大きくすることが有効となるが, ツインドライブ機構にお いては軸間に働く干渉力がこれを妨げる。この問題を解決 する手法としてモデルを並進方向と回転方向に分離するこ とで非干渉化を図る手法<sup>(6)</sup> や,速度フィードバックを行う ことで非干渉化を図る手法<sup>(6)</sup> が存在する。<sup>(5)</sup> はツインドラ イブのリニアスライダを対象としており,スライダ重量を 並進方向の運動方程式の慣性,スライダイナーシャを回転 方向の運動方程式の慣性とするモデル化を行っている。こ れはスライダを剛体と仮定する近似に基づいており,大き な工作機械の制御を考える場合はツインドライブ機構の弾



図 2 提案法の検証実験で使用する 2 慣性系機構 Fig.2: Two-inertia system utilized for experimental validation of proposed method



図 3 2 慣性系のブロック線図 Fig.3: Block diagram of two-inertia system

性を考慮したモデル化を行う必要がある。<sup>(6)</sup> はツインドラ イブ機構の弾性を考慮したモデルに対し,速度差をフィー ドバックすることで干渉力の打ち消しを図っている。この 手法により弾性を考慮すべき系に対し非干渉化は可能とな る。一方パラメータの調整が必要であり,より単純で高精 度な追従を行うためにはモデルベースの非干渉化を実現す る必要がある。

以上を踏まえ、本稿ではモデルベースの非干渉化制御手 法を提案する。まず速度フィードバック情報を用いて制御 入力である入力電流に仮想的に粘性を付与することによっ て、弾性を考慮する運動モデルを並進方向と回転方向への モード分離が容易な系に変換する。これより導出される重 心座標系に対してマルチレートフィードフォワード制御系、 フィードバック制御系を構築する。本稿の解析は2慣性系 機構に対して行われ、提案法の優位性は実験により検証さ れる。本稿の構成を以下に示す。第2章では、本稿の問題 設定を示す。第3章では、提案法である仮想粘性によるモー ド分離手法を示す。第4章では、提案法の優位性を検証す るための実験結果を示す。第5章では、本稿のまとめを行 い、今後の研究方針について示す。

#### 2. 問題設定

本研究の最終的な目標は、図1に示す実際の工作機械の ツインドライブ機構において並進方向の追従性を向上させ ることである。本稿では、その基礎検討として図2に示す2 慣性系機構の重心位置を制御し、その追従性を向上させる ことを目指す。図2のブロック線図を図3に示す。*i<sub>R</sub>*, *i<sub>L</sub>* は それぞれ R 軸モータ電流、L 軸モータ電流を表す。*J<sub>R</sub>*, *D<sub>R</sub>*, *J<sub>L</sub>*, *D<sub>L</sub>*, *K*, *K<sub>t</sub>* はそれぞれ R 軸モータのイナーシャと粘性係





Fig.4: Bode diagram of two-inertia system. (a) Right-side to rightside (b) Right-side to left-side (c) Left-side to right-side (d) Leftside to left-side



図 5 実験検証における目標軌道 (a) 位置軌道 (b) 速 度軌道

Fig.5: Reference trajectory in experiments. (a) Position trajectory(b) Velocity trajectory

数, L 軸モータのイナーシャと粘性係数, 弾性係数, モー タトルク係数を表す。 $\theta_R$ ,  $\theta_L$  はそれぞ R 軸モータの角度, L 軸モータの角度を表す。このモデルの運動方程式は,

$$J_R \frac{d^2 \theta_R}{dt^2} + D_R \frac{d\theta_R}{dt} + K(\theta_R - \theta_L) = K_t i_R,$$
(1a)  
$$\frac{d^2 \theta_L}{dt^2} \frac{d\theta_R}{dt} = K_t i_R,$$

$$J_L \frac{a \ o_L}{dt^2} + D_L \frac{a \ o_L}{dt} + K \left(\theta_L - \theta_R\right) = K_t i_L, \tag{1b}$$

と表される。図2の周波数特性は図4に示す通りであり, これより同定される実験機のパラメータは表1に示す通り である。

(1) は図3に示す通り干渉力が働く系であり,図4(a),4(d) に示す反共振の影響もあり,その高帯域化は難しい。この 問題に対してはシステムを非干渉化する手法が有効であり,



図 6 提案法のブロック線図 Fig.6: Block diagram of proposed method

(1)を非干渉化、つまり並進方向と回転方向に分離するには、 2 式を重心座標系で記述することが必要となる。本稿では 重心座標系を和と差のモードと呼び、題意のモード分離を 和と差のモード分離と呼ぶ。和モードは重心方向の運動を、 差モードは回転方向の運動を表す。重心位置を $\theta_{sun}$ とする と、 $\theta_{sun} = (J_R \theta_R + J_L \theta_L)/(J_R + J_L)$ と表される。これを得るた めには (1a) と (1b)の両辺を足し合わせて、両辺を  $J_R + J_L$ で 割ることが有効となるが、 $\neg J_R : J_L \neq D_R : D_L$ であり、粘性 項を重心分離することはできない。本稿の1つ目の問題設 定は、 $J_R : J_L = D_R : D_L$ が成立するように制御入力を付与す ることであり、本稿ではこの制御入力を仮想粘性と呼ぶ。

モード分離後は導出されるモデルを用いて軌道追従のた めの制御系設計を行う。高応答な軌道追従の実現にはフィー ドフォワード制御系の構築が必要不可欠であり、本稿では マルチレートフィードフォワード制御を適用する<sup>①</sup>。また モデル化誤差や外乱の抑圧にはフィードバック制御系の構 築が必要不可欠であり、本稿では並進方向モデルに対し P-PI 制御系を回転方向モデルに対し P 制御器を適用する。以上 の制御系の優位性は図 5 の軌道に対する追従実験により評 価され、評価値としては二乗平均平方根誤差(Root Mean Square Deviation: RMSD)を用いる。

#### 3. 仮想粘性による和と差のモード分離の実現

本章では,提案法の核となる仮想粘性による和と差のモー ド分離の詳細を述べる。提案する制御系のブロック線図を 図6に示す。図6のIは和・差モード制御系のブロック線 図である。*u*<sub>FF</sub>, *u*<sub>FB,p</sub>, *u*<sub>FB,o</sub> はそれぞれマルチレートフィード フォワード制御の枠組みで生成されるフィードフォワード 入力と位置フィードバックの指令値,速度フィードバック の指令値である。*K*<sub>p,s</sub>, *K*<sub>p,d</sub> はそれぞれ和モードの位置制御 系の比例ゲイン,差モードの位置制御系の比例ゲインであ る。*C*<sub>FB,v</sub> は和モードの速度制御器であり,本稿では PI 制御 系としている。

図6のⅡは和・差モード制御入力を受けるプラントシステ ムのブロック線図であり、仮想粘性を含めた図となってい

表1 2慣性系機構のパラメータ

Table1: Parameter	of	two-inertia	system
-------------------	----	-------------	--------

Parameter	Value
Right-side Motor Inertia $J_R$	$0.30\mathrm{mkgm^2}$
Right-side Motor Viscosity $D_R$	3.0 mNms/rad
Left-side Motor Inertia $J_L$	$0.24\mathrm{mkgm^2}$
Left-side Motor Viscosity $D_L$	1.71 mNms/rad
Torsional Rigidity K	99.0 Nm/rad
Motor Torque Coefficient K <sub>t</sub>	0.05 Nm/A

る。 $i'_{R}$ ,  $i'_{L}$  はそれぞれ仮想粘性を含めない R 軸の制御入力, L 軸の制御入力である。 $M_{sd,RL}$ ,  $M_{RL,sd}$  はそれぞれ和と差の モードから各軸系への変換行列,各軸系から和と差のモー ドへの変換行列である。

フィードフォワード制御系とフィードバック制御系から 出力され,各軸に分配される制御入力 $i'_{R}$ , $i'_{L}$ に対し,(1)に 示す運動方程式は,

$$J_R \frac{d^2 \theta_R}{dt^2} + D_R \frac{d\theta_R}{dt} + K \left(\theta_R - \theta_L\right) = K_t i_R^{\prime}, \tag{2a}$$

$$J_L \frac{d^2 \theta_L}{dt^2} + D_L \frac{d \theta_L}{dt} + K \left(\theta_L - \theta_R\right) = K_t i'_L, \tag{2b}$$

と表される。(2)の右辺それぞれに、ある制御入力  $\tau'_{v,R}$ ,  $\tau'_{v,L}$ を加えることを考える。これがそれぞれの軸モータの回転 速度に線形であり、その係数が  $a_R$ ,  $a_L$ , つまり  $\tau'_{v,R} = a_R \frac{d\theta_R}{dt}$ ,  $\tau'_{v,L} = a_L \frac{d\theta_L}{dt}$ として式変形を行うと、(2)は、

$$J_R \frac{d^2 \theta_R}{dt^2} + (D_R - a_R) \frac{d\theta_R}{dt} + K \left(\theta_R - \theta_L\right) = K_t \dot{i}_R', \tag{3a}$$

$$J_L \frac{d v_L}{dt^2} + (D_L - a_L) \frac{d v_L}{dt} + K(\theta_L - \theta_R) = K_t i'_L, \tag{3b}$$

音さえされる。(5) を里心坐标示に変換するためには、  $\frac{D_R - a_R}{L} = \frac{D_L - a_L}{L} (= b),$ (4)

 $J_R$  –  $J_L$  (= b), が必要である。本稿では  $a_R = 0$ , つまり,

$$a_L = D_L - \frac{J_L}{J_R} D_R,\tag{5}$$

として検討を行う。(4),(5) のもと,(3) を変形すると,  

$$J_R \frac{d^2 \theta_R}{dt^2} + b J_R \frac{d \theta_R}{dt} + K (\theta_R - \theta_L) = K_l i'_R,$$
(6a)

$$J_{L}\frac{d^{2}\theta_{L}}{dt^{2}} + bJ_{L}\frac{d\theta_{L}}{dt} + K\left(\theta_{L} - \theta_{R}\right) = K_{t}i'_{L},$$

$$\succeq \mathcal{F}_{K} \mathfrak{F}_{0}$$
(6b)

(6) について, (6a), (6b) の両辺を足し合わせ, 両辺を $J_R + R_L$ で割る,または (6a), (6b) の両辺をそれぞれ  $J_R$ ,  $J_L$  で割る後 に,両辺を引き合わせることで,和と差のモードで表す運 動方程式が,

$$\frac{d^2\theta_{\text{sum}}}{dt^2} + b\frac{d\theta_{\text{sum}}}{dt} = K_t i_{\text{sum}},$$
(7a)

$$\frac{d^2\theta_{\text{diff}}}{dt^2} + b\frac{d\theta_{\text{diff}}}{dt} + \left(\frac{K}{J_R} + \frac{K}{J_L}\right)\theta_{\text{diff}} = K_t i_{\text{diff}},\tag{7b}$$

と得られる。ここで和と差のモードにおける出力変数  $\theta_{sum}$  と  $\theta_{diff}$ ,制御入力  $i_{sum}$  と  $i_{diff}$  は,

$$\begin{bmatrix} \theta_{\text{sum}} \\ \theta_{\text{diff}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{J_R}{J_R + J_L} & \frac{J_L}{J_R + J_L} \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_R \\ \theta_L \end{bmatrix} = M_{\text{RL,sd}} \begin{bmatrix} \theta_R \\ \theta_L \end{bmatrix}, \quad (8a)$$
$$\begin{bmatrix} i'_R \\ i'_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_R & \frac{J_R J_L}{J_R + J_L} \\ J_L & -\frac{J_R J_L}{J_R + J_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\text{sum}} \\ i_{\text{diff}} \end{bmatrix} = M_{\text{sd,RL}} \begin{bmatrix} i_{\text{sum}} \\ i_{\text{diff}} \end{bmatrix}, \quad (8b)$$

と表される。以上より (2) で表される干渉系は,提案する 仮想粘性の付与により (7) と非干渉化が可能である。

#### 4. 実験による提案法の検証

本章では提案法の優位性を示すための実験結果を示す。 実験は,図7(a)に示す各軸に対しマルチレートフィードフォ ワード制御器とフィードバック制御器を適用する従来法1, 図7(b),7(c)に示す<sup>(6)</sup>に基づく従来法2,3,図6に基づく提 案法の4手法について実施する。図2で示す2慣性系実験 装置に対し上述の4手法を適用する。

各制御器設計は表 1 を用いて重根配置により行われる。 重根配置の極は 100 rad/s から 50 rad/s ずつ上げていき,制 御入力である  $i_R$ ,  $i_L$  が振動的になる手前の極として決定され る。提案法においては和モードの制御器の極を決定する前 に差モードの比例ゲインを決定する。比例ゲインの決定は, 同じく制御入力が振動的になる手前の極として決定される。 以上に従って,提案法の和モードの重根配置の極と比例ゲ インをそれぞれ 550 rad/s と 10.000 rad/s,従来法 1 の各軸の 重根配置の極を 350 rad/s,従来法 1 の各軸の重根配置の極 を 300 rad/s,従来法 1 の各軸の重根配置の極 を 300 rad/s,従来法 1 の各軸の重根配置の極を 400 rad/s と する。従来法 3 では速度差のフィードバックを行うが,そ の際に使用される比例ゲイン,積分ゲインはそれぞれ実験 的に 1 と決定する。

〈4・1〉実験結果 実験結果として得られた波形を図 8 に示す。図 8(a), 8(b)は、図 5(a)を指令位置軌道とする時の 各手法の位置追従結果である。図 8(b)から提案法において 誤差は最小となることが確認できる。表 2 は実験結果から 計算できる位置誤差と速度誤差の RMSD 値である。位置制 御について、従来法の最小である RMSD 値に対して提案法 は 74.5%の低減が可能であることが確認できる。今回の実 験について各手法間で誤差に大きな差が生まれているのは、



図7 従来法のブロック線図 (a) 従来法1 (b) 従来法2 (c) 従来法3

Fig.7: Block diagram of conventional methods. (a) Conventional method 1 (b) Conventional method 2 (c) Conventional method 3

提案法により誤差波形の振幅を低減でき,かつ後半の0.5s において従来法では大きなドリフトが生じてしまっている ためである。この結果からツインドライブ機構を動作させ る場合は各軸に対し位置指令を与えるのではなく,加工位 置に対し位置指令を与えることが必要であることが分かる。 今後のさらなる提案法の検証のためには重心位置に対し位 置指令を与える場合の従来法との比較を行う必要があり, 例えば重心に対する位置軌道を各軸のイナーシャに基づい て分配することで,従来法1の考え方に基づいて追従制御 を行う手法が考えられる。

図 8(c), 8(d) は,図 5(b) を指令速度軌道とする時の各手法 の速度追従結果である。図 8(d) と表 2 から各手法において 速度軌道誤差は同程度となることが確認できる。

図 8(e) は, ねじれ位置 θ<sub>diff</sub> の測定結果である。この結果に ついては各手法において差は見られなかった。つまり図 8(e) では各手法間で結果に差があると見えるが,これはある 1 回の結果を示しているからであり,試行により結果が逆転 することもあった。

図 8(f), 8(g) は,制御入力である各軸のモータ電流の測定 結果である。図 8(f), 8(g) のそれぞれについて,前半の 0.5 s では各手法間で大きな差はなく,後半の 0.5 s で差が出てく



図8 従来法1(—), 従来法2(---), 従来法3(--), 提案法(…)の実験結果(a)重心位置(b)重心位置 誤差(c)重心速度(d)重心速度誤差(e)ねじれ角度(f)R軸制御入力(g)L軸制御入力 Fig.8: Experimental results of conventional method 1(—), conventional method 2(---), conventional method 3(--), proposed method (…). (a) Position (b) Position error (c) Velocity (d) Velocity error (e) Torsional angle (f) Control input on R axis (g) Control input on L axis

表 2 実験結果より得られた RMSD 値

Table2: RMSD	obtained in experiments
--------------	-------------------------

	Conv. 1	Conv. 2	Conv. 3	Prop.
Position $\theta_{sum}$ [ $\mu$ rad]	114	134	116	29.1
Velocity $\omega_{sum}$ [m rad]	13.3	17.1	15.2	18.8

ることが確認できる。後半における差には,図8(b)におけ る重心位置のドリフトが現れていると考えられる。

### 5. 結論

本稿では並進ツインドライブ機構のシステムの位置追従 特性の向上を目的として,仮想粘性を付与することで重心 座標系への座標変換を可能とする手法を提案した。提案法 の有効性は2慣性系機構を用いる実験により検証され,従 来法に対し誤差を74.5%低減することが可能となった。

直近の課題として提案法の有効性のさらなる検証のため に、重心位置に指令軌道を与える場合の従来法の検討と、剛 性の異なるシャフトを用いる実験を行うことがある。また 実験結果にばらつきがある場合は試行回数を増やし、統計 的な結果の算出も行う。また今回は仮想粘性の付与をL軸 に対してのみ行ったが、各軸に対する最適な配分比に関す る検討も行う。最終的な目標はツインドライブ機構を有す る実際の工作機械に対し提案法を実装することであり、こ れに関する検討も今後行う。

- (1) M.-F. Hsieh, W.-S. Yao, C.-R. Chiang: "Modeling and Synchronous Control of a Single-Axis Stage Driven by Dual Mechanically-Coupled Parallel Ball Screws", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol.34, No.9, pp.933–943 (2007)
- (2) M. Duan, H. Lu, X. Zhang, Y. Zhang, Z. Li, Q. Liu: "Dynamic Modeling and Experiment Research on Twin Ball Screw Feed System Considering the Joint Stiffness", *Symmetry*, Vol.10, No.12, pp.686–702 (2018)
- (3) C.-S. Chen, S.-K. Chen, L.-Y. Chen: "Disturbance Observer-Based Modeling and Parameter Identification for Synchronous Dual-Drive Ball Screw Gantry Stage", *IEEE/ASME Transactions* on Mechatronics, Vol.24, No.6, pp.2839–2849 (2019)
- (4) DMG MORI: "DMU 200 Gantry", https://www.dmgmori.co.jp/ products/machine/id=3382, accessed: 2023-8-18.
- (5) R. Nakashima, S. Kaku, H. Honda, R. Oguro, H. Miyakawa, T. Tsuji: "The Position Control for Linear Slider with Twin Linear Drives", *IEEJ Transactions on Industry Applications*, Vol.123, No.3, pp.278–285 (2003)
- (6) M. Sogabe, Y. Iwashita, N. Sonoda, Y. Kakino: "A Study on the Servo-stability of the Tandem Driven Machine with Linear Motors", *Journal of the Japan Society for Precision Engineering*, Vol.73, No.5, pp.605–610 (2007)
- (7) H. Fujimoto, Y. Hori, A. Kawamura: "Perfect Tracking Control Based on Multirate Feedforward Control with Generalized Sampling Periods", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol.48, No.3, pp.636–644 (2001)