

負荷側情報を有効に用いた2慣性系の負荷側外力推定

山田 翔太, 藤本 博志 (東京大学)

Load-Side External Force Estimation for Two-Mass System Using Load-Side Information

Shota Yamada, Hiroshi Fujimoto (The University of Tokyo)

1. 序論

柔軟な動作を可能にする力の制御や推定に注目が集まっている⁽¹⁾。力センサレスの推定法として最もよく知られている手法は、反力推定オブザーバである⁽²⁾。ロボットや工作機械のボールねじ駆動ステージ等の共振周波数の低い制御対象は、その共振特性を考慮したモデルに基づくRFOBを用いないと推定値が振動的になることが知られている⁽³⁾。

共振特性を持つプラントは、図1に示す2慣性系にモデリングできる。各変数の定義を表1に示す。添え字 M, L はそれぞれ駆動側及び負荷側を示す。ロボットにおける環境との接触力や工作機械の切削力等は、負荷側外力である d_L にあたり、負荷側外力を高帯域かつ高精度に推定することが性能に直結する。

2慣性系のダイナミクスを考慮した従来の負荷側外力推定法は、軸トルク T_s を推定するために駆動側のダイナミクスを活用したもの⁽⁴⁾と、伝達部の軸ねじれ情報を活用したもの⁽⁵⁾に二分される。負荷側外力は軸トルクと負荷側インピーダンスの逆モデルと負荷側角速度情報を用いて下記のように算出される。

$$\hat{d}_L = (J_{Ln}s + D_{Ln})\omega_L - T_s \quad (1)$$

なお、添え字の n はノミナル値を、 $\hat{\cdot}$ は推定値を示す。駆動側のダイナミクスを活用した軸トルク推定法を本稿では駆動側推定法と呼び、モータトルクと事前に測定された駆動側外乱 d_M を用いて、下記のように算出される。

$$\hat{T}_{sM} = (J_{Mn}s + D_{Mn})\omega_M - T_M - d_M \quad (2)$$

駆動側推定法は、駆動側イナーシャ J_M 、駆動側粘性摩擦 D_M 、駆動側外乱 d_M のモデル化誤差、駆動側角速度の測定誤差の影響が軸トルク推定値の精度に影響を及ぼす。

一方で、伝達部の軸ねじれ情報を活用した軸トルク推定法を本稿では伝達部推定法と呼び、駆動側エンコーダと負荷側エンコーダ情報より得られる軸ねじれ角情報を用いて、下記のように算出される。

$$\hat{T}_{sK} = \theta_s K_n \quad (3)$$

伝達部推定法は、軸ねじれ剛性 K のモデル化誤差、駆動側角度及び負荷側角度の測定誤差の影響が軸トルク推定値の精度に影響を及ぼす。この2つの推定法は応用対象によって使い分けられてきた⁽⁶⁾。

本稿では、この2つの推定法を組み合わせ、モデル化誤差や測定誤差にロバストな負荷側外力推定法を紹介する。

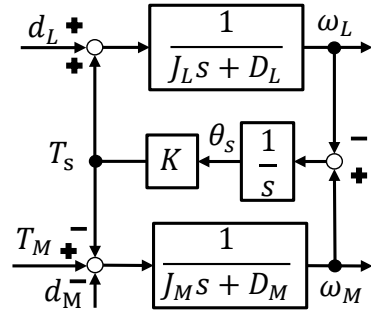


図1 2慣性系のブロック線図
Fig. 1. Block diagram of a two-inertia system.

表1 プラントパラメータの変数の定義
Table 1. Definition of plant parameters variables.

Inertia moment	J	Motor torque	T_M
Viscosity coefficient	D	External torque	d_L
Torsional rigidity	K	Joint torque	T_s
Angular velocity	ω	Torsional angle	θ_s
Motor-side disturbance	d_M		

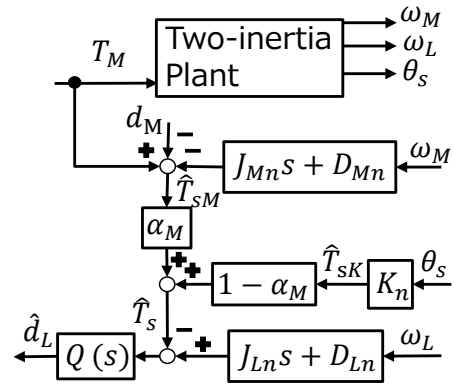


図2 提案推定法
Fig. 2. The proposed load-side external torque observer.

駆動側推定法と伝達部推定法の混合割合を決める新たなゲインを導入し、このゲインの値を変更した際の各部誤差に対するロバスト性を評価する。また、駆動側や伝達部の各パラメータ誤差、駆動側及び負荷側エンコーダの量子化誤差を考慮し、負荷側外力推定値の分散が最小となるようにゲインを設計する手法を示す。軸トルクセンサを用いた場合等、本推定法の詳細は文献(7)を参照されたい。

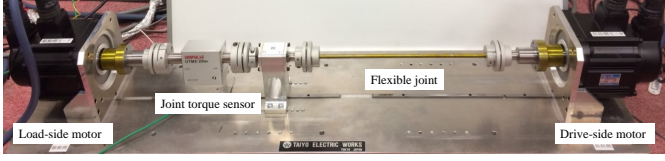


図3 実験機(2慣性系モータベンチ)の外観

Fig. 3. Outlook of the experimental setup (two-inertia system motor bench).

表2 実験機のパラメータ値

Table 2. Parameters of the two-inertia system motor bench.

Motor-side inertia moment J_M	1.03e-3	kg·m ²
Motor-side viscosity coefficient D_M	8.00e-3	N·m·s/rad
Torsional rigidity K	99.0	N·m/rad
Load-side inertia moment J_L	8.70e-4	kg·m ²
Load-side viscosity coefficient D_L	1.71e-3	N·m·s/rad

2. モデル化誤差及び測定誤差にロバストな負荷側外力推定法

〈2・1〉 推定法の導出 駆動側角速度や負荷側角速度、軸ねじれ角は駆動側及び負荷側エンコーダにより計測可能である。ステップ状の負荷側外力を想定し($\dot{d}_L = 0$)、以下のように拡大系を組む。

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_M \\ \dot{\omega}_L \\ \dot{\theta}_s \\ \dot{d}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D_M}{J_M} & 0 & -\frac{K}{J_M} & 0 \\ 0 & -\frac{D_L}{J_L} & \frac{K}{J_L} & \frac{1}{J_L} \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_M \\ \omega_L \\ \theta_s \\ d_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_M} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} T_M, \quad (4)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_M \\ \omega_L \\ \theta_s \\ d_L \end{bmatrix}$$

以下のように、最小次元オブザーバを組む。なお、 z はオブザーバの状態変数、 $L = [l_1, l_2, l_3]$ はオブザーバのゲインベクトルである。

$$\begin{aligned} \dot{z} &= A_r z + B_r T_M + F_r y, \quad \dot{d}_L = z + L y, \\ A_r &= -\frac{l_2}{J_{Ln}}, \quad B_r = -\frac{l_1}{J_{Mn}}, \\ F_r &= [f_{r1} \quad f_{r2} \quad f_{r3}], \\ f_{r1} &= -\frac{1}{J_{Ln}} l_1 l_2 + \frac{D_{Mn}}{J_{Mn}} l_1 - l_3, \\ f_{r2} &= -\frac{1}{J_{Ln}} l_2^2 + \frac{D_{Ln}}{J_{Ln}} l_2 + l_3, \\ f_{r3} &= -\frac{1}{J_{Ln}} l_2 l_3 + K_n \left(\frac{1}{J_{Mn}} l_1 - \frac{1}{J_{Ln}} l_2 \right) \end{aligned} \quad (5)$$

オブザーバゲインの物理的意味を解析するため、ブロック線図として表現し、等価変換を行ったものを図2に示す。各変数の定義は以下の通りである。

$$Q(s) = \frac{\frac{l_2}{J_{Ln}}}{s + \frac{l_2}{J_{Ln}}}, \quad (6)$$

$$\alpha_M = \frac{J_{Ln} l_1}{J_{Mn} l_2} \quad (7)$$

1次のLPFである $Q(s)$ 、つまり l_2 が推定の帯域を決める。また、ゲイン α_M が駆動側推定による軸トルク \hat{T}_{sM} と伝達部推定による軸トルク \hat{T}_{sK} の比率を以下のように決定する。

$$\hat{T}_s = \alpha_M \hat{T}_{sM} + (1 - \alpha_M) \hat{T}_{sK} \quad (8)$$

式(8)は、ゲイン α_M は駆動側推定を伝達部推定に対してどの割合で使うかを示しており、 \hat{T}_{sM} と \hat{T}_{sK} のそれぞれの精度を考慮して設計できることを示している。 $\alpha_M=1$ の時、提案推定法は駆動側推定と一致し、 $\alpha_M=0$ の時、伝達部推定と一致するため、提案推定法は従来の2つの推定法を拡張したものと捉えられる。

〈2・2〉 シミュレーションによる評価 シミュレーションのプラントとして、図3に示す実験機として用いるモータベンチを同定して得た2慣性系のモデルを用いる。周波数特性測定の結果、共振周波数は57 Hzで、反共振周波数は71 Hzであった。各プラントパラメータの値を表2に示す。シミュレーションでは駆動側外乱 d_M は0とし、 $Q(s)$ のカットオフ周波数は150 Hzとした。負荷側外力として2.0 Nmのステップ外乱を0.050 sに印加し、推定を行う。シミュレーションにより、 α_M の変化による駆動側や伝達部のモデル化誤差に対する感度の評価を行う。

図4(a)に駆動側に誤差($J_M = 1.5J_{Mn}$, $D_M = 1.5D_{Mn}$)を持たせた場合の各 α_M での推定値を示す。 $\alpha_M = 0$ の時は、駆動側情報を用いないため理想的なLPFの推定特性を示している。 α_M が1に近づくにつれ、駆動側推定の割合が増加するため、推定誤差が劣化する。

一方、図4(b)に駆動側に誤差($K = 1.5K_n$)を持たせた場合の各 α_M での推定値を示す。 $\alpha_M = 1$ の時、伝達部情報を用いないため理想的なLPFの推定特性を示している。 α_M が0に近づくにつれ、伝達部推定の割合が増加するため、推定誤差が劣化する。

図4(c)に図4(a)と4(b)における1秒間の推定誤差の積分値($\int_{0.050}^{1.050} (d_{LRef} - \hat{d}_L) dt$)を示す。なお、 d_{LRef} は図4(a)と4(b)において黒破線で示されている負荷側外力入力値である。 α_M が小さい時に駆動側誤差にロバストに、大きいときに伝達部誤差にロバストになることが示されている。

〈2・3〉 実験による評価 駆動側と伝達部の双方にモデル化誤差がある場合のゲイン α_M の値による影響を実験にて評価する。図5(a)は、駆動側に伝達部よりも大きな誤差($D_M = 1.5D_{Mn}$, $K = 1.2K_n$)を与えた場合の負荷側外力推定の結果を示す。また、0.20 s時に-0.50 Nmの駆動側外乱を印加している。駆動側外乱を大きく与えているため、 α_M が0に近づいた場合に推定精度が向上している。駆動側外乱は、駆動側推定にのみ影響を与えるため、 $\alpha_M=0$ の時は推定に影響を与えない。一方、図5(b)は伝達部により大きな誤差($D_M = 1.2D_{Mn}$, $K = 1.5K_n$)を与えた場合の結果である。駆動

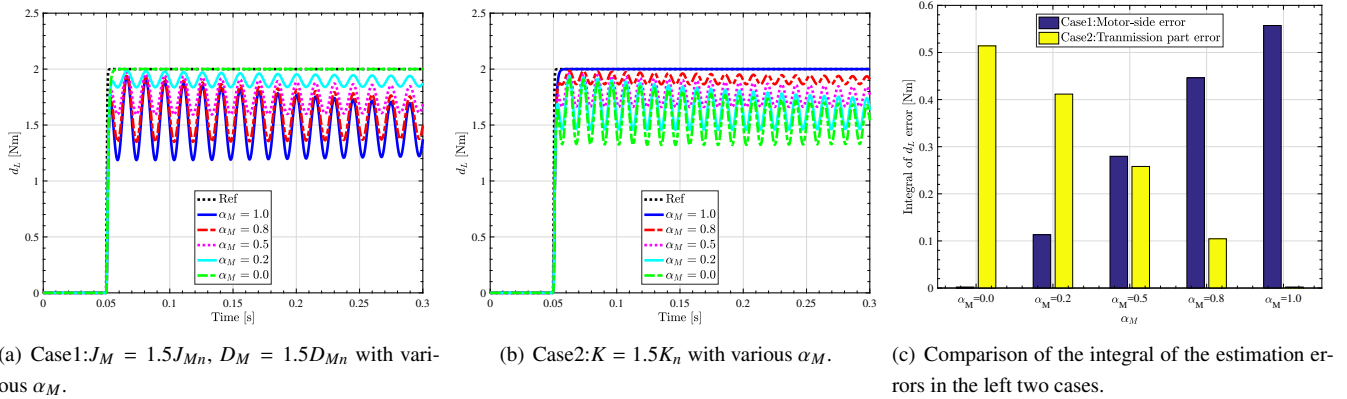
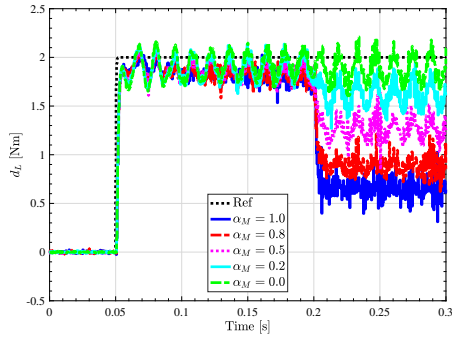
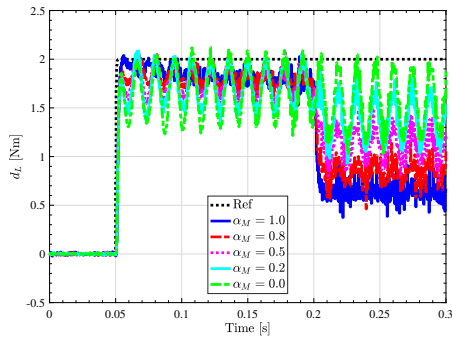


図4 パラメータ誤差 $J_M = 1.5J_{Mn}$, $D_M = 1.5D_{Mn}$, もしくは $K = 1.5K_n$ とした時の様々なゲインでの推定値の比較
Fig. 4. Comparison of the errors when $J_M = 1.5J_{Mn}$ and $D_M = 1.5D_{Mn}$, or $K = 1.5K_n$, with various α_M .



(a) Larger error in motor side than transmission part: $D_M = 1.5D_{Mn}$, $K = 1.2K_n$.



(b) Larger error in transmission part than motor side: $D_M = 1.2D_{Mn}$, $K = 1.5K_n$.

図5 駆動側と伝達部にモデル化誤差を与えた場合の様々なゲインでの推定精度の実験比較

Fig. 5. Experimental comparison of load-side external torque responses with various α_M when the modeling errors of the motor side and the transmission part are given.

側外乱が印加される前までは、 α_M が 0 に近づいた場合に推定精度が劣化するという逆の傾向を示している。以上の結果より、モデル化誤差を考慮した適切な α_M を設計することで、負荷側外力推定の精度を向上できることが示された。

3. 最小分散負荷側外力推定

〈3・1〉 ゲイン設計法 前章では、推定精度をゲインの値によって変化させられることが示された。本章では、ゲイン α_M を設計者が直接決めるのではなく、予め見積ったプラントパラメータの最大変動幅や測定誤差のばらつき等から適切に設計する手法を示す。各プラントパラメータの値は、平均値 μ がノミナル値と等しい独立な正規分布に従うと仮定する。分散は、プラントパラメータの最大変動幅を見積もり、最大変動時が 3σ (99.7%) の範囲となるように簡易的に決定する。例えば、軸ねじれ剛性の最大変動幅がノミナル値の $\pm 30\%$ とした場合、 $3\sigma = 0.30\mu$ から分散を決定する。

提案推定法において、負荷側外力 d_L は以下の式で推定される。

$$\hat{d}_L = (J_{Ln}s + D_{Ln})\omega_L - \alpha_M \hat{T}_{sM} - (1 - \alpha_M) \hat{T}_{sK} \quad (9)$$

ゲイン α_M は負荷側外力推定値の分散 $\sigma_{\hat{d}_L}^2$ を最小化するように設計する。

$$\begin{aligned} \sigma_{\hat{d}_L}^2 &= \sigma_L^2 + \alpha_M^2 \sigma_{\hat{T}_{sM}}^2 + (1 - \alpha_M)^2 \sigma_{\hat{T}_{sK}}^2 \\ &= (\sigma_{\hat{T}_{sM}}^2 + \sigma_{\hat{T}_{sK}}^2) \left(\alpha_M - \frac{\sigma_{\hat{T}_{sK}}^2}{\sigma_{\hat{T}_{sM}}^2 + \sigma_{\hat{T}_{sK}}^2} \right)^2 \\ &\quad + \frac{\sigma_{\hat{T}_{sM}}^2 \sigma_{\hat{T}_{sK}}^2}{\sigma_{\hat{T}_{sM}}^2 + \sigma_{\hat{T}_{sK}}^2} + \sigma_L^2 \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、 σ_L^2 , $\sigma_{\hat{T}_{sM}}^2$, $\sigma_{\hat{T}_{sK}}^2$ はそれぞれ負荷側、駆動側、伝達部推定の分散である。したがって、以下の α_M の時、負荷側外力推定値の分散が最小化される。

$$\alpha_M = \frac{\sigma_{\hat{T}_{sK}}^2}{\sigma_{\hat{T}_{sM}}^2 + \sigma_{\hat{T}_{sK}}^2} \quad (11)$$

$\sigma_{\hat{T}_{sM}}^2$ と $\sigma_{\hat{T}_{sK}}^2$ は、式 (2) と (3) を線形近似をして下記のように計算される。

$$\sigma_{\hat{T}_{sM}}^2 = \dot{\omega}_M^2 \sigma_J^2 + \omega_M^2 \sigma_D^2 + J_{Mn}^2 \sigma_{\dot{\omega}_M}^2 + D_{Mn}^2 \sigma_{\omega_M}^2 + \sigma_{T_M}^2 + \sigma_{d_M}^2 \quad (12)$$

表3 シミュレーションによる統計的な比較結果

Table 3. Statistical analyses in simulations.

	Variance	L_2 norm error
Only motor-side encoder	8.8e-3	1.1e+2
Motor-side	1.2e-3	3.0e+1
Transmission-part	1.5e-3	4.4e+1
Proposed	1.0e-3	1.8e+1

$$\sigma_{T,K}^2 = (\theta_M - \theta_L)^2 \sigma_K^2 + K_n^2 \sigma_{\theta_M}^2 + K_n^2 \sigma_{\theta_L}^2 \quad (13)$$

ここで、 $\sigma_{\theta_M}^2, \sigma_{\theta_L}^2, \sigma_{\omega_M}^2, \sigma_{\omega_L}^2$ はエンコーダの量子化誤差に起因する測定系の分散である。量子化幅を q とした時、下記の式で与えられる。

$$\sigma^2(q) = \int_{-\frac{q}{2}}^{\frac{q}{2}} \frac{1}{q} x^2 dx = \frac{q^2}{12} \quad (14)$$

式(11)–(14)に基づき、各プラントパラメータの最大変動幅から設計した分散の値とエンコーダの量子化幅から計算した分散の値、角度や角速度等の状態量を代入し算出することで、最小分散負荷側外力推定が達成される。

〈3・2〉 シミュレーションによる評価 駆動側エンコーダ情報のみを用いた推定法(状態オブザーバ)、駆動側推定法、伝達部推定法、提案推定法の4つの推定法の比較を行う。分散だけではなく、ノミナル値の誤差に対するロバスト性も評価するため、 L_2 ノルム誤差も評価する。下記のモデル化誤差を与えた条件で、1.0 Nm の負荷側ステップ外力を与え、1万回のシミュレーションを行い、負荷側外力推定値の分散と L_2 ノルム誤差の平均値を比較する。

プラントパラメータの最大変動幅として、 $J_M: \pm 5\%$, $D_M: \pm 50\%$, $K: \pm 30\%$ を与え、これらの値に基づき 3σ を決め、ゲイン設計のための各パラメータの分散の値及びシミュレーションプラントにおける各パラメータの確率分布を決めた。1万回の試行において、毎回ランダムでこの確率分布から各プラントパラメータ値が決定される。また、駆動側及び負荷側のエンコーダの分解能は実験機に合わせて 20 bit とした。

1万回のシミュレーションの平均値の結果を表3に示す。駆動側エンコーダのみを用いた推定法は他の推定法に比べて、分散と L_2 ノルム誤差が非常に大きくなっており、負荷側エンコーダを使うことの重要性を示している。提案推定法は、駆動側推定法や伝達部推定法に比べて、分散と L_2 ノルム誤差が共に小さくなっており、推定精度が改善されている。

〈3・3〉 実験による評価 実験では、表2に示されている周波数特性測定によって同定された値をノミナル値(=平均値)として用い、分散としては、 $J_M: \pm 1\%$, $D_M: \pm 10\%$, $K: \pm 20\%$ としてゲイン設計を行った。シミュレーションと異なり、正確に同定したプラントパラメータ値を用いているため、推定精度の差は出難い厳しい条件となっている。負荷側外力として 1.0 Nm を 1 秒間印加し、推定を行う。

表4 実験結果

Table 4. Experimental results.

	Variance	L_2 norm error
Only motor-side encoder	0.959	5.96e+3
Motor-side	0.219	4.21e+2
Transmission-part	0.226	4.49e+2
Proposed	0.218	4.07e+2

表4に実験による比較を示す。シミュレーションと比して、分散及び L_2 ノルム誤差の改善率は減少しているものの提案推定法により推定精度が改善している。

4. 結論

負荷側外力推定のための最小次元オブザーバを解析することで、従来の2つの推定法を組み合わせた推定法を提案した。本推定法は、測定誤差や駆動側と伝達部のパラメータ誤差の影響を考慮した推定を可能にする。更に、測定誤差及びパラメータ誤差が独立な正規分布に従うと仮定し、負荷側外力推定値の分散が最小化するゲイン設計法を提案した。シミュレーションと実験により、提案推定法により確かに負荷側外力推定精度が向上することを示した。

文 献

- (1) S. Oh and K. Kong: "High-Precision Robust Force Control of a Series Elastic Actuator", *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, Vol. 22, No. 1, pp. 71–80 (2017)
- (2) T. Murakami, F. Yu, and K. Ohnishi: "Torque sensorless control in multidegree-of-freedom manipulator", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 40, No. 2, pp. 259–265 (1993)
- (3) Y. Yamada and Y. Kakinuma: "Sensorless cutting force estimation for full-close controlled ball-screw-driven stage", *The Int. J. Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 87, No. 9, pp. 3337–3348 (2016)
- (4) M. Matsuoka, T. Murakami, and K. Ohnishi: "Vibration suppression and disturbance rejection control of a flexible link arm", *Proc. of the Annu. Conf. of IEEE Ind. Electron. Soc. (IECON)*, pp. 1260–1265 (1995)
- (5) J. Suzuki, T. Murakami, and K. Ohnishi: "Position and force control of flexible manipulator with position sensitive device", *Proc. of the 7th Int. Workshop on Advanced Motion Control (AMC)*, pp. 414–419 (2002)
- (6) J. Lee, C. Lee, N. Tsagarakis, and S. Oh: "Residual-Based External Torque Estimation in Series Elastic Actuators Over a Wide Stiffness Range: Frequency Domain Approach", *IEEE Robot. Autom. Lett.*, Vol. 3 No. 3, pp. 1442–1449 (2018)
- (7) S. Yamada and H. Fujimoto: "Minimum-Variance Load-Side External Torque Estimation Robust Against Modeling and Measurement Errors", *IEEJ Journal of Industry Applications*, Vol. 9, No. 2, pp. 117–124 (2020)