

# むだ時間をもつ高速高精度空圧システムにおける 極配置に関する考察

白戸柚衣\* 大西亘 藤本博志 古関隆章 堀洋一（東京大学）

A study on pole placement for the high-speed high-precision pneumatic system with time delay

Yui Shirato\*

Wataru Ohnishi

Hiroshi Fujimoto

Takafumi Koseki

Yoichi Hori (The University of Tokyo)

Pneumatic cylinders will be used for a high-speed and high-precision application. In this research, we focus on a mass flow rate control of a valve, where nonlinearity and time delay are the difficulties. A feedforward accuracy has been improved with nonlinear compensation by adaptive identification. As for feedback, we constructed a PID controller by pole placement, which can design the transfer characteristics. This method, however, may make an unstable controller, depending on the pole frequency. It is shown that the upper limit is determined by poles of an approximated plant, but the lower limit varies according to pole place.

キーワード：空圧，流量制御，高速高精度，むだ時間，極配置，パデ近似

## 1. 序論

本研究はむだ時間の影響を無視できない空圧システムに対して制御器を設計するために行われた研究である。空圧システムは非線形性<sup>(1)(2)</sup>や共振・反共振<sup>(3)</sup>，時間遅れ<sup>(4)(5)</sup>を持っているにもかかわらず，低い発熱量，高い質量パワー密度，低コストといった長所を生かして液晶露光装置への適用がめざされているなど高速高精度な軌道追従制御が求められてきている。

著者らは空気圧駆動系の制御構造に関しては，空気圧シリンダの動作原理に基づいて，位置，圧力，流量のループを作ることを提案した。高精度高速位置決めのためには圧力や流量の帯域向上と高精度化が重要であり，著者らは流量制御系の高精度高帯域化をめざしている。しかし，電磁弁の入出力特性である電磁弁通電電流から電磁弁を通る空気の流量までの関係には電流デッドゾーンを原因とする強い非線形性がある。さらに，電磁弁の入出力特性と流量計には時間遅れが存在し制御を難しくしている。フィードフォワードに関しては，応答時間が従来の50 msより短い5 msの流量計を用いて適応同定の手法によりチューニングした逆モデルを用いて非線形性に対処することで正確性を上げることに成功した。一方でフィードバックに関しては，極配置法を用いて設計した。時間遅れ系は指数関数を含むため極の解析が難しいため従来の多くの研究はナイキスト線図で安定性を検討しているのみであったが，過渡応答を改善するためには極配置を考えるべきである<sup>(6)</sup>。文献<sup>(6)</sup>により，パデ近似されたプラントの線形伝達特性に対し極配置法により制御器を設計する場合，極を上げすぎると不安定な制御器が設計されることが示された。したがってこの上限について解析するとともに，極を下げすぎた場合も不安定な制御器が設計されることを示す。なお，極配置設計においては配置する極の場所が設計される制御器に影響を与えるため，

表1 記号の意味

記号名	意味	単位
$K$	$G(j\omega)$ のゲイン	
$\tau$	電磁弁の時間遅れ	[s]
$\omega_p$	配置する極の角周波数	[rad/s]
$N_g$	$G(j\omega)$ の分子	
$D_g$	$G(j\omega)$ の分母	
$C(j\omega)$	PID 制御器の伝達関数	
$N_c$	$C(j\omega)$ の分子	
$D_c$	$C(j\omega)$ の分母	
$K_p$	PID 制御器の比例ゲイン	
$K_i$	PID 制御器の積分ゲイン	
$K_d$	PID 制御器の微分ゲイン	
$\tau_d$	擬似微分制御器のフィルタ時定数	
$n_2, n_1, n_0$	PID 制御器分子の2次，1次，0次の係数	
$d_2, d_1$	PID 制御器分母の2次，1次の係数	

実数重根極配置の場合とバタース極配置の場合についてその範囲を示す。

本論文では，実験装置とプラントの紹介を第2章で行う。次に極配置法の設計法と配置できる極の限界を第3章において扱う。実数重根極配置の方法で極の角周波数を変えた実験結果を第4章に示し，最後に結論を述べる。

## 2. 実験装置とプラント

本論文で用いる記号を表1に示す。

**<2・1> 実験装置** 電磁弁を用いてチャンバ内の圧力を制御することとして，本研究では電磁弁の流量制御に注目する。流量制御のために構築した実験装置を図1に示す。電磁弁は5 Vのサーボオン電圧と電流指令値が入力され，電流指令値に応じて弁が開き，空気が流れる。電磁弁はSMC社のポペット弁を使用した。この弁を用いると空気の流量は圧力の影響を受けるが，本研究では，電磁弁には一定の圧力が供給され，また排気側は大気に開放

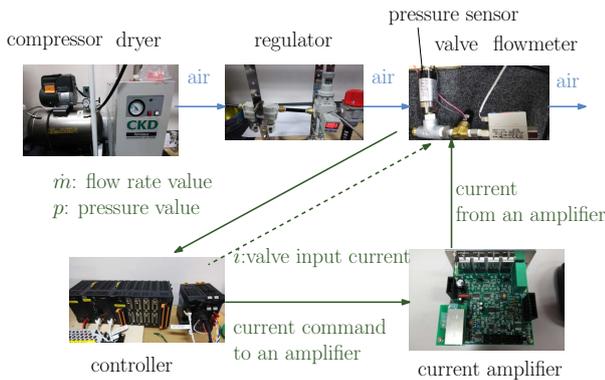


図1 流量制御のために構築した実験装置. 青い実線 - 空気の流れ; 緑の実線 - 信号; 緑の破線 - 電流指令値.  
Fig. 1. Experimental setup for mass flow rate control (blue: air flow, green line: signals, green dot: valve input current)

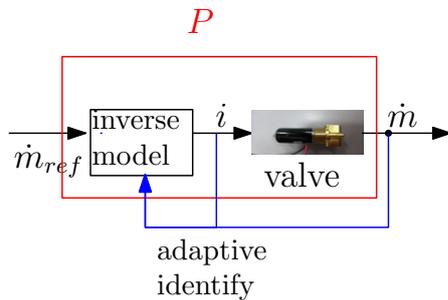


図3 適応同定による逆モデルのパラメータ推定の様子.

している。チャンバ内の流量を制御するためには、電磁弁を通る空気の流量、逆モデルの入力として電磁弁への流量指令値が必要である。

〈2・2〉 適応同定に基づく非線形補償用逆モデルの構築 電磁弁の入出力特性の測定結果を図2に示す。電磁弁の入力は電磁弁通電電流、出力は電磁弁を流れる空気の流量である。図2(a)に示すように、電磁弁の入出力特性には入力が正の値であっても出力が0となる電流デッドゾーンとよばれる非線形性や空気の圧縮性といった圧力差依存の非線形性が存在する。さらに、電磁弁の電流流量特性は図2(b)に示すように測定回ごとのばらつきが大きい。そのため著者らは忘却要素を含んだ逐次最小二乗法<sup>(8)</sup>により図3に示すようにチューニングされた逆モデルを用いて非線形補償を行っている<sup>(9)</sup>。適応同定を行うことにより電磁弁の非線形補償用逆モデルのチューニングを行うことができ、逆モデルと電磁弁を合わせた部分を単純に扱うことができるようになる。

〈2・3〉 システム同定 非線形補償用電磁弁逆モデルの入力としてマルチサインの流量指令値を入れ、電磁弁の出力として電磁弁を流れる空気の流量を測定する。流量計の応答時間が5msであることを考慮し、1Hzから200Hzまですべての整数の周波数の信号からなるマルチサインを入力する。適応同定によりチューニングした逆モデルを用いたプラントの周波数プロットを図4に示す。ここから、定数ゲイン  $K = 0.4$ 、むだ時間  $\tau = 0.008\text{ s}$  として  $G = Ke^{-\tau s}$  とプラントのパラメータを推定することができる。

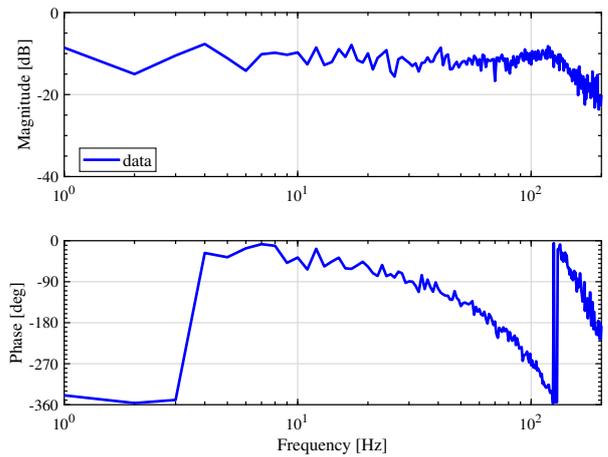


図4 適応同定の手法でチューニングした逆モデルを用いたプラントの周波数プロット  
Fig. 4. Bode plot of the plant composed of valve and valve inverse model tuned by adaptive identification

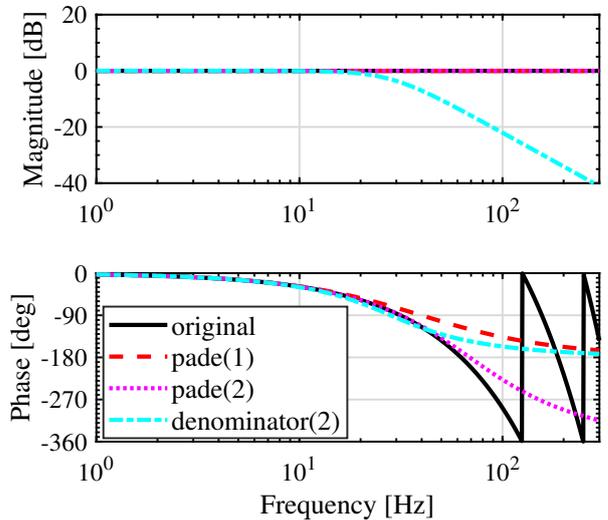


図5 むだ時間とむだ時間の近似のボーデ線図 (黒実線: むだ時間  $\exp(-0.008s)$ , 赤破線: 1次のパデ近似, マゼンダ点線: 2次のパデ近似, シアン一点鎖線: 2次の分母系列表現)  
Fig. 5. Bode plot of time delay and approximation of time delay

### 3. 極配置法に基づくPID制御系の設計

〈3・1〉 極配置法<sup>(10)</sup> 本研究では電磁弁の逆モデルと電磁弁をまとめてプラントとして扱う。プラントにはむだ時間遅れがありシステム同定結果から指数関数を用いてモデル化できるが、極配置設計のためには指数関数を近似する必要がある。図5にむだ時間  $\exp(-0.008s)$  とその近似<sup>(11)</sup>のボーデ線図を示す。北森法に用いられる分母系列表現では、高帯域でゲインが減少するうえ、位相の遅れも同じ次数のパデ近似ほど忠実に再現できない。近似の次数は高ければそれだけ高帯域まで忠実にプラントの位相遅れを再現できるが、極配置法によりPID制御器のパラメータを一意に決めるにはパデ近似の次数は2次とする。

したがってプラント  $G(j\omega)$  を2次のパデ近似を用いて

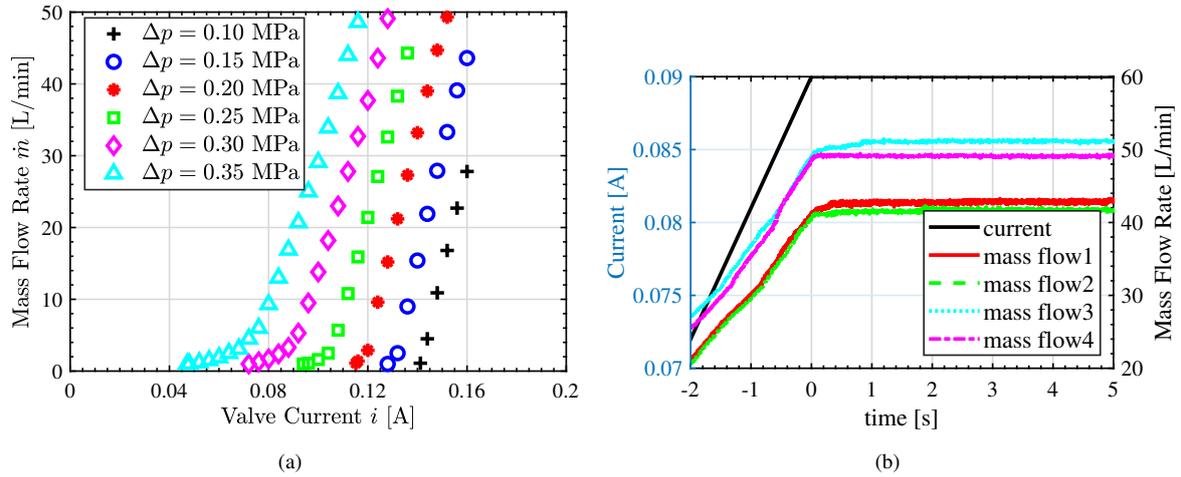


図2 電磁弁の電流流量特性の測定結果. (a) 各圧力差における電流流量特性 (b) 電流流量特性のぼらつき (従来法0のステップ応答). (黒: 電流指令値, 赤, 緑, シアン, ピンク: 測定される流量)  
 Fig. 2. Measurement result of current-mass flow rate characteristics of a valve. (a) current-mass flow rate characteristics under 6 cases of pressure difference (b) variation of current-mass flow rate characteristics. (black: valve input current, others: measured mass flow rate)

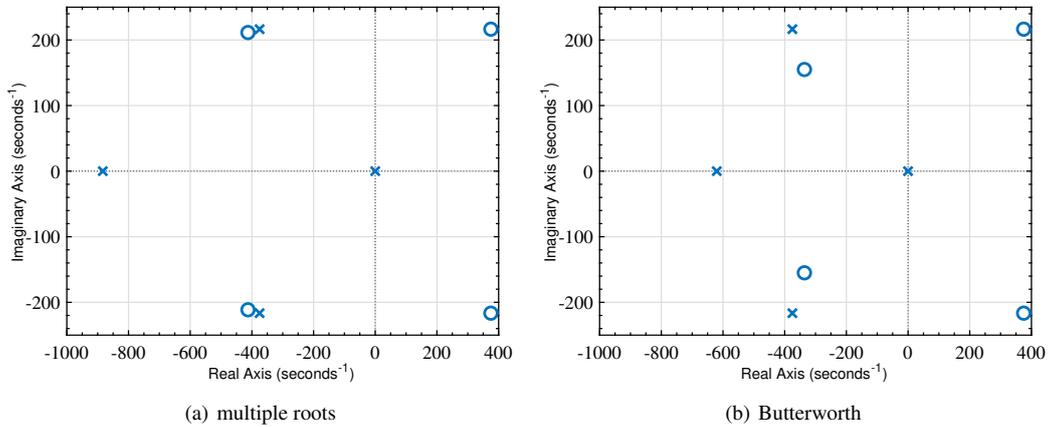


図6 設計した制御器とパデ近似したプラントからなる開ループシステムのゼロ点と極  
 Fig. 6. Zeros and poles of openloop system composed of designed controller and Pade approximated plant

式(1)のように近似する。

$$G_{pade}(s) = \frac{N_g}{D_g} = K \frac{12 - 6\tau s + \tau^2 s^2}{12 + 6\tau s + \tau^2 s^2} \quad (1)$$

本研究ではパデ近似されたプラントのための制御器設計を極配置法により行う場合に、配置すべき場所を検討し、また場所の違いによらず共通する設計法自体の限界を示す。具体的には閉ループ系の極の位置を (a) 重根に極を配置する場合と (b) バターワースフィルタと同じように極を配置する場合を比較する。プラントの分母を  $D_g$ 、分子を  $N_g$ 、PID 制御器の分母を  $D_c$ 、PID 制御器の分子を  $N_c$  とする。配置する極が (a) 重根の場合は式 (2) が、(b) バターワースフィルタの場合は式 (3) が成立するように制御器を設計する。

$$D_g D_c + N_g N_c = (s + w_p)^4 \quad (2)$$

$$D_g D_c + N_g N_c = (s^2 + a_0 w_p s + w_p^2)(s^2 + a_1 w_p s + w_p^2) \\ a_0 = 2 \cos \frac{3}{8} \pi, a_1 = 2 \cos \frac{1}{8} \pi \quad (3)$$

なお、実験時にはPID制御器に直列して帯域160Hzの2次のゲイン安定化用のローパスフィルタを挿入している。

次に極配置法により設計される制御系の極とゼロ点を確認するため、開ループ伝達関数のゼロ点と極を図6に示す。パデ近似されたプラントに対し制御器を設計しているのでプラントはパデ近似されたプラント  $G_{pade}$  とする。図6は定数ゲイン  $K$  を0.4、むだ時間  $\tau$  を8msとし、閉ループ系の極を50Hzに配置する場合である。図6(a)が重根配置の場合、図6(b)がバターワースフィルタの極配置の場合である。重根配置の方が制御器のゼロ点がプラントの極に近いことが確認できる。この極の違いが第(3・2)節で述べる安定制御器を設計可能な極の角周波数の違いに関係していると考えられる。

### 〈3・2〉 極配置法の極の周波数の限界

〈3・2・1〉 本研究のプラントにおける限界 本研究で扱うプラントは安定なプラントであるため、安定な制御器を制御に用いることとする。パデ近似されたプラントの線形伝達特性に対し極配置法により制御器を設計する場合、配置する極の角周波数を上げすぎると不安定な制御器が設計される<sup>(6)</sup>。この上限について解析するとともに、

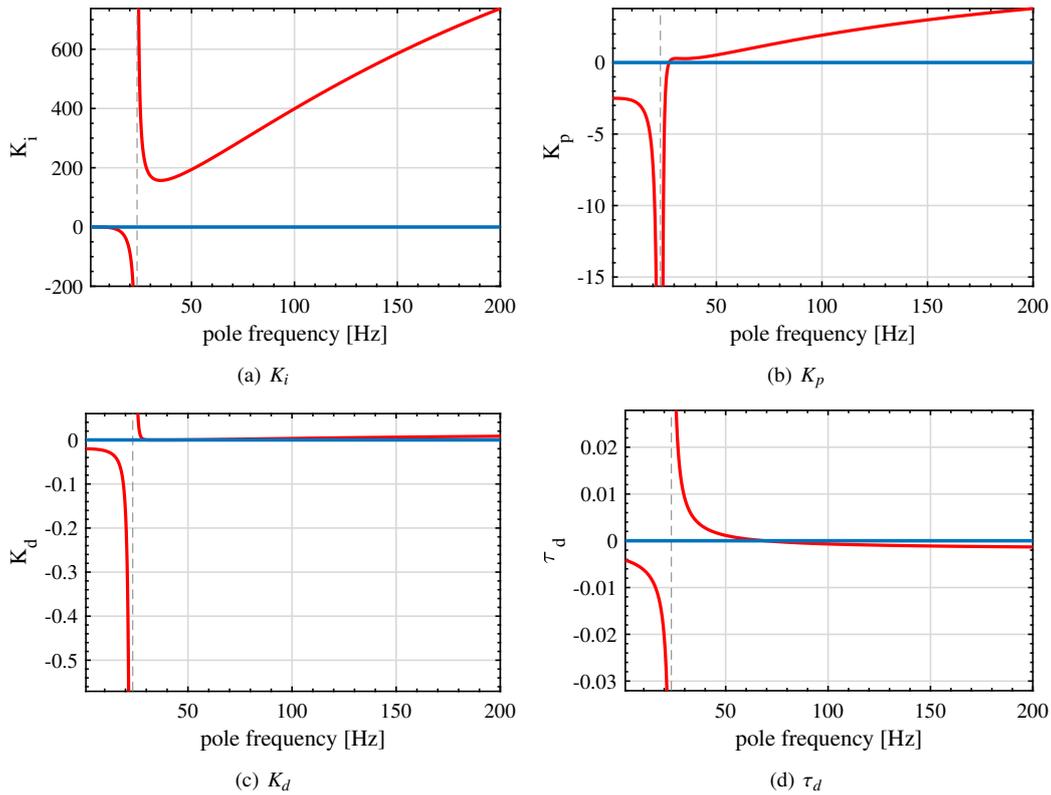


図7 重根配置による極配置法の極を変数とした各ゲイン・時定数の計算結果。(赤：各ゲイン・時定数の計算結果，青：基準線0)

Fig. 7. Numerical calculation result of  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$  and  $\tau_d$  depending on the frequency of the closed loop poles in the case of multiple roots

極の角周波数を下げすぎた場合も不安定な制御器が設計されることを示す。PID 制御器を式 (4) と表すと、PID 制御器の係数はすべて実数であり、PID 制御器の各ゲインと疑似微分制御器の時定数は式 (5) を用いて表すことができる。極配置法の極を変数として、1 Hz から 200 Hz の間で重根極配置により設計された PID 制御器の各ゲインと疑似微分制御器の時定数をプロットしたものを図 7 に示す。漸近線はすべて同じ周波数である。この 4 つのすべてが正になる範囲は極配置法の極が  $K_p$  が正となる 27.7 Hz から  $\tau_d$  が負となる 68.9 Hz の範囲である。ここで、上限となる 68.9 Hz はパデ近似されたプラントの極に対応している。図 7 は重根配置の場合であるが、バターワース極配置の場合にも同じ概形のグラフが得られる。漸近線の周波数と  $K_p$  が 0 となる周波数は重根配置の場合と異なり、 $K_p$  が正となる 36.0 Hz から  $\tau_d$  が負となる 68.9 Hz の範囲であればすべてのゲインが正となる。

$$C_{\text{sys}} = \frac{n_2 s^2 + n_1 s + n_0}{d_2 s^2 + d_1 s} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} K_p &= (n_1 d_1 - n_0 d_2) / d_1^2 \\ K_i &= n_0 / d_1 \\ K_d &= n_2 d_1^2 - n_1 d_1 d_2 + n_0 d_2^2 / d_1^3 \\ \tau_d &= d_2 / d_1 \end{aligned} \quad (5)$$

〈3・2・2〉 むだ時間を変数とした限界 次に、むだ時

間を 0.005 s から 0.05 s まで変化させ、ゲインと疑似微分制御器の時定数が正である制御器を極配置法により設計可能な極の範囲を図 8 に示す。図 8 は x 軸に示すむだ時間の場合に  $K_i$ ,  $K_p$ ,  $K_d$ ,  $\tau_d$  の各パラメータの正負が変化する極の周波数をプロットしたものである。あるむだ時間を持つプラントに対してゲインと疑似微分制御器の時定数がすべて正の制御器を設計する場合には図 8 の  $K_p$  と  $\tau_d(\text{higher})$  の間の周波数、疑似微分制御器の時定数を正にすればよい場合には  $K_i$ ,  $K_d$ ,  $\tau_d(\text{lower})$  と  $\tau_d(\text{higher})$  の間の周波数に極を配置する必要がある。図 8(a) が重根配置の場合、図 8(b) がバターワース極配置の場合である。重根配置の場合  $K_i$ ,  $K_p$ ,  $K_d$ ,  $\tau_d$  は  $\frac{3^{1/2} \times (3 - 2 \times 2^{1/2})^{1/2} - 3}{\tau}$  [rad/s],  $\frac{3^{1/2} \times (3 + 2 \times 2^{1/2})^{1/2} - 3}{\tau}$  [rad/s],  $-\frac{(3^{1/2} \times (3 - 2 \times 2^{1/2})^{1/2} + 3)}{\tau}$  [rad/s],  $-\frac{(3^{1/2} \times (2 \times 2^{1/2} + 3)^{1/2} + 3)}{\tau}$  [rad/s] に漸近線を持ち、このむだ時間の範囲において  $\frac{3^{1/2} \times (3 + 2 \times 2^{1/2})^{1/2} - 3}{\tau}$  が正の値をとる。この周波数において制御器の積分器ではないもう一つの極も原点に配置される。これが図 7 に見られる漸近線に対応している。これにより、実用的な周波数 1 Hz から 200 Hz において  $K_i$ ,  $K_d$ ,  $\tau_d$  はこの漸近線の周波数を超えると負から正に変化している。 $\tau_d$  は正である必要があるため、この漸近線よりも小さい範囲に極を設定することはできない。同様にバターワース極配置の場合も漸近線を持つが、この解は重根配置の場合とは異なる高次多項式の根である。また、 $K_p$  はこの漸近線より少し大きい周波数において負から正に変化する。 $K_p$  が正となる周波数も重根配置とバターワース極配置では異なる値となる。一方、 $\tau_d$  が 0 となる周波数は  $\frac{-2}{\tau}$  [rad/s],  $\frac{0}{\tau}$  [rad/s],  $-\frac{(2 \times 3^{1/2})}{\tau}$  [rad/s],  $\frac{2 \times 3^{1/2}}{\tau}$  [rad/s] であり、このうちこのむだ時間

の範囲において  $\frac{2 \times 3^{1/2}}{\tau}$  [rad/s] が正の値をとる。これにより、実用的な周波数 1 Hz から 200 Hz において  $\tau_d$  はこの周波数を超えると正から負に変化する。これが配置できる極の上限となる。パデ近似の極の角周波数は  $\frac{(3^{1/2}+3i) \times \omega}{\tau}$  [rad/s],  $-\frac{(3^{1/2}-3i) \times \omega}{\tau}$  [rad/s] であり、この絶対値は  $\frac{2 \times 3^{1/2}}{\tau}$  [rad/s] と一致する。これは時間遅れのノミナルモデルとして想定されている、パデ近似されたプラントの線形伝達特性の極よりも原点から遠くに閉ループ系の極を配置しようとする、安定な制御器が設計できないことを示している。

#### 4. 実験結果

〈4・1〉 周波数応答 重根配置により設計された制御器を用いて得られる周波数応答実験結果を図9に示す。時間応答において流量が流量指令値に追従するような閉ループ系の極として 40 Hz と 50 Hz の場合を選び、周波数応答を測定した。入力 は 1 Hz から 200 Hz の流量指令値のマルチサインであり、出力は流量を測定した。40 Hz と 50 Hz の場合を比較すると 40 Hz の場合の方が位相余裕が小さい。安定制御器が設計される極の周波数の範囲であっ

ても、低いものを選べばよいというわけではないことが示されている。

〈4・2〉 時間応答 閉ループ系の極を 20 Hz, 40 Hz, 50 Hz, 70 Hz に重根配置し、ステップ状流量指令値に対する流量応答を測定する。電流指令値には 0.165 A のリミッタがかけられている。図7より、20 Hz は漸近線よりも低い周波数であり制御器のすべてのゲインと疑似微分制御器の時定数が負になる周波数、40 Hz, 50 Hz は制御器のすべてのゲインと疑似微分制御器の時定数が正になる周波数、70 Hz は疑似微分制御器の時定数が負になる周波数である。流量のアンダーシュートはプラントの不安定ゼロ点による影響と考えられる。40 Hz, 50 Hz の場合は流量指令値に追従するが、20 Hz, 70 Hz の場合は追従しない。20 Hz の場合には電流指令値は一定値に収束するのにに対し、70 Hz の場合は制御入力である電流指令値が発散しリミッタにあたっているという違いがある。

#### 5. 結論

むだ時間が支配的なプラントに対して、極配置法によ

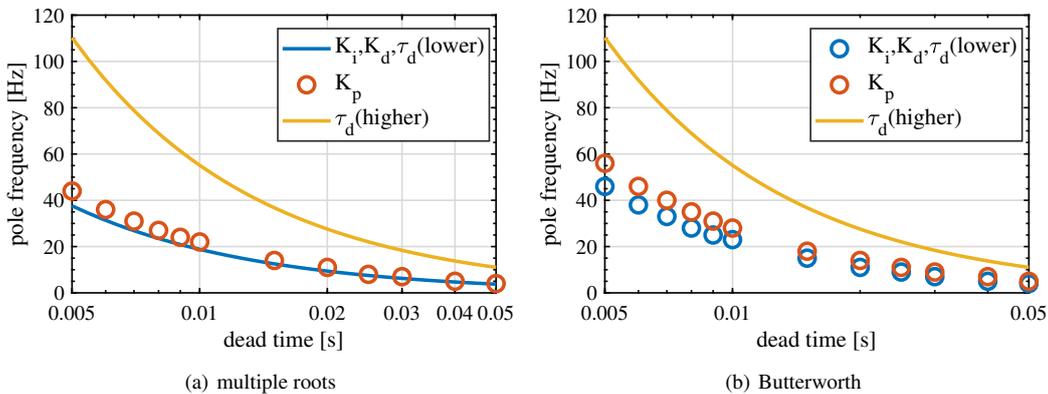


図8 むだ時間に対する、安定な制御器設計のための配置極の周波数限界。(青:  $K_i$ ,  $K_d$ ,  $\tau_d$  の正負に影響する漸近線の周波数, 赤:  $K_p$  の正負に影響する周波数, 黄:  $\tau_d$  の正負に影響する高い方の周波数)  
Fig. 8. Closed loop frequency limitation for a stable controller regarding time delay. (blue: asymptote frequency to have an effect on sign of  $K_i$ ,  $K_d$ ,  $\tau_d$ , red: frequency to have an effect on sign of  $K_p$ , yellow: higher frequency to have an effect on sign of  $\tau_d$ )

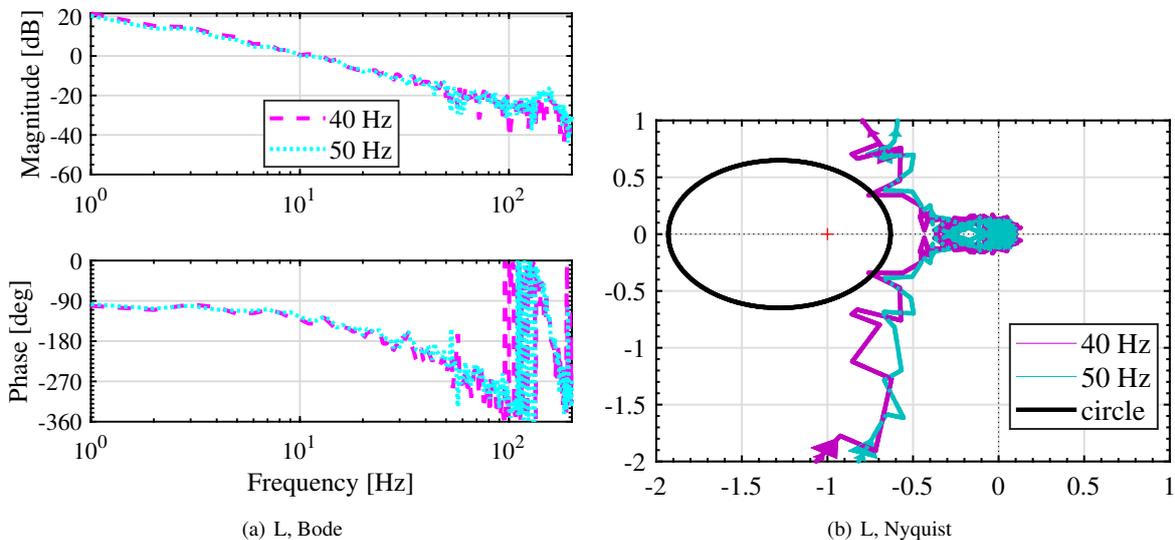


図9 周波数応答の実験結果。(マゼンダ破線: 40 Hz, シアン点線: 50 Hz)  
Fig. 9. Experimental result on frequency domain

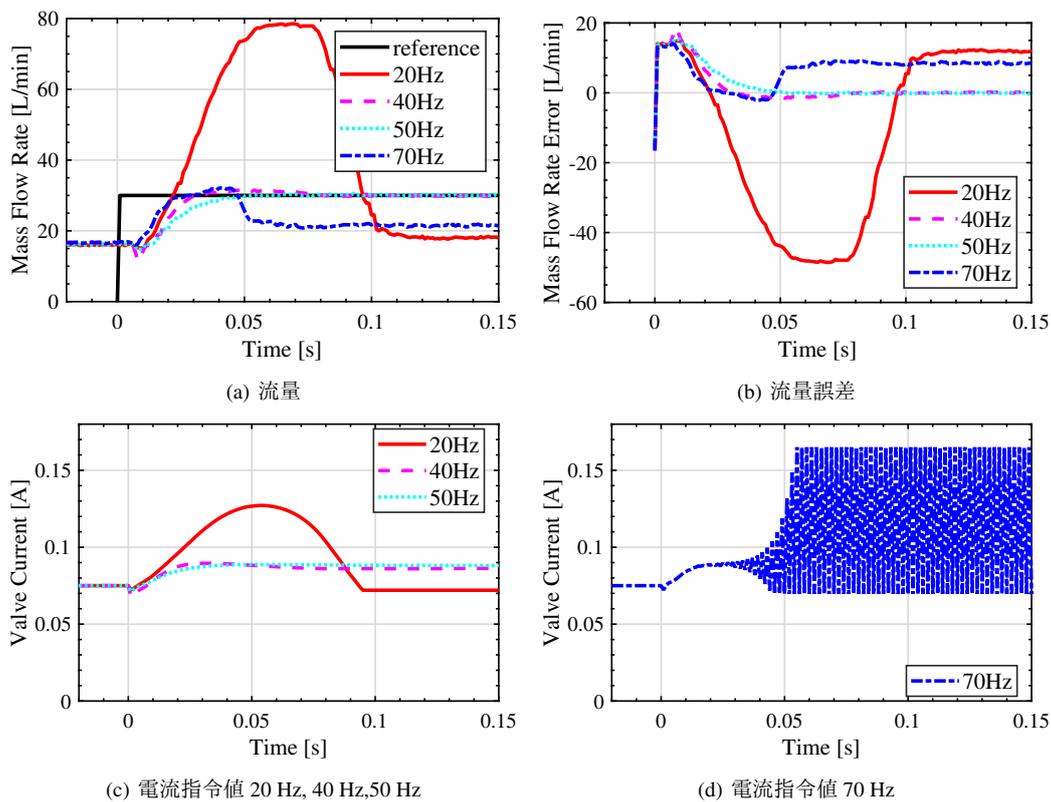


図 10 時間応答の実験結果. (赤実線: 20 Hz, マゼンダ破線: 40 Hz, シアン点線: 50 Hz, 青一点鎖線: 70 Hz)

Fig. 10. Experimental result on time domain

り安定なフィードバック制御器を設計しようとする配置できる極の角周波数には制限がある。その上限はパデ近似されたプラントの極の絶対値の角周波数である。これは極配置法を用いる以上超えることができない。一方で下限は実軸上の重根配置とバターワース極配置で異なり、重根配置のほうがより低い角周波数から配置できることが示された。周波数応答の実験結果は配置極の角周波数を上げることが安定性を低くすると結論づけることができないことを示している。時間応答の実験結果は配置極の角周波数により安定制御器と不安定制御器が作られることを示し、不安定制御器の場合も配置極が低い場合と高い場合で異なる挙動を示している。本研究がむだ時間が支配的なプラントに対する制御器設計に役立つことを望む。

## 文 献

- (1) Richer, E. and Hurmuzlu, Y.: A High Performance Pneumatic Force Actuator System Part 1 -Nonlinear Mathematical Model, *ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, Vol. 122, No. 3, pp. 416–425 (2000).
- (2) Rao, Z. and Bone, G. M.: Nonlinear modeling and control of servo pneumatic actuators, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 16, No. 3, pp. 562–569 (2008).
- (3) Ohnishi, W., Fujimoto, H., Yang, P.-H., Chang, P.-W., Yuan, B., Sakata, K. and Hara, A.: Acoustic Wave Equation Based Modeling and Collocated Side Vibration Cancellation for Pneumatic Cylinder, *IEEJ Journal of Industry Applications*, Vol. 7, No. 2, pp. 109–116 (2018).
- (4) Ohnishi, W., Fujimoto, H., Sakata, K., Hara, A. and Saiki, K.:

Trajectory tracking control for pneumatic actuated scan stage with time delay compensation, in *IECON 2016 - 42nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, pp. 5125–5130, IEEE (2016).

- (5) Natori, K. and Ohnishi, K.: A design method of communication disturbance observer for time-delay compensation, taking the dynamic property of network disturbance into account, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 55, No. 5, pp. 2152–2168 (2008).
- (6) Natori, K.: A design method of time-delay systems with communication disturbance observer by using Pade approximation, *International Workshop on Advanced Motion Control, AMC*, pp. 1–6 (2012).
- (7) 足立修一: システム同定の基礎 (2009).
- (8) Åström, K. J. and Björn Wittenmark, : Adaptive Control (2008).
- (9) Shirato, Y., Ohnishi, W. and Koseki, T.: Two-Degree-of-Freedom Control with Adaptive Dead Zone Compensation for Pneumatic Valves, *Samcon2019*, No. 11, pp. 1–6 (2019).
- (10) Graham C.Goodwin, , F.Graebe, S. and Mario E.Salgado, : Control System Design.
- (11) 阿部直人, 延山英沢: むだ時間システム入門 1, 計測と制御, Vol. 44, No. 11, pp. 799–804 (2005).