# カスケード型位置制御系の次数とパラメータの同時最適化

北吉 良平\*(安川電機) 藤本 博志(東京大学)

Simultaneous optimization of orders and parameters in cascade position control system Ryohei Kitayoshi<sup>\*</sup> (YASKAWA ELECTRIC CORPORATION) Hiroshi Fujimoto (The University of Tokyo)

Recently, the demand for servo-motors and automated controller design methods have been increasing because factory automatio is rising. For responsing the demand, controller design methods using numerical optimization have gained considerable attention. In this paper, it is illustrated that disturbance suppression characteristics is improved by simultaneous optimization of orders and parameters in cascade position control system. The simultaneous optimization is realized by repeating change of orders of controller and optimization of parameters. The effect was confirmed by experiments with precise positioning device.

キーワード: Structured  $H_{\infty}$ , カスケード型位置制御系, 基底フィルタ, 外乱抑圧特性 (Structured  $H_{\infty}$ , Cascade position controller, Basis filter, Disturbance suppression chracteristics )

#### 1. 研究背景

近年,産業界では工場自動化のニーズの高まりに伴って, 自動化装置の主要部品の1つであるサーボモータのニーズ が非常に高まっている.サーボモータは半導体製造装置や 産業用ロボットなど高速高精度な位置決め動作を実現する 装置に用いられるため,環境の変化や外乱へのロバスト性 や目標位置に到達するまでに要する時間(整定時間)が性能 指標として重視される.これらの性能は,サーボモータを 装置に取り付けた際の制御パラメータの調整の巧拙に大き く左右されるため,調整は非常に重要な工程である.特に 精度が必要な装置においては,熟練の作業員が経験に基づ いて調整工程を実施しているが,人手による調整作業は時 間を要するため,調整工程を自動化した使いやすい(Easy to Use)機能の開発も行われている.しかし,自動調整機 能を用いて全ての機械を調整できるまでには至っておらず, 一層の性能向上が求められている.

このような産業界のニーズを受けて、学界においても制 御パラメータの調整方法として様々な手法が提案されてい る.代表的な例としては、時系列の駆動データの取得・評 価とパラメータの調整を交互に繰り返す手法<sup>(1)</sup>,1回の駆 動データを基準としてシミュレーション上でパラメータを 調整する手法<sup>(2)(3)</sup>や制御パラメータと駆動データのセッ トをデータベースに蓄え動作条件が与えられた際にデータ ベースからパラメータを参照する手法<sup>(4)</sup>などの時系列デー タを用いた調整手法が存在する.

一方,制御対象の周波数応答データから制御パラメータ を計算するデータ駆動型の調整手法の研究も進んでおり,固 定構造の制御器のパラメータを目標の制御性能に合わせて 自動的に最適化する Structured  $H_{\infty}$ 制御<sup>(5) (6) (7) (8) (9) (10)</sup> <sup>(11) (12)</sup>が注目を浴びている.本手法は,設定したい安定余 裕の値や調整したいパラメータの値の範囲などを制約条件 として設定できる使い勝手の良さと,制御対象の周波数応 答特性から制御器が設計できるため設計者の負担が軽いと いう特長を合わせ持つ優れた手法である.

ただし,実際の生産工程の調整では制御器のパラメータ だけでなく,使用する制御器の種類や数をも調整すること が多い.制御器の種類や数を調整することは制御器の次数 (構造)を調整しているに等しいが,制御器の次数を調整で きている研究例は少ない.

そこで、本稿では制御器のパラメータだけでなく次数を も同時に最適化し、低周波帯域における外乱抑圧特性を向 上させた調整例を紹介する.まず、2章において本稿のキー 技術である Structured  $H_{\infty}$ 制御の概要について説明し、3 章において制御器の次数とパラメータを同時に最適化する 手法を提案する.次いで、4章において提案手法の有効性を 確認するために用いた1軸の精密位置決め装置の機構と周 波数特性について説明する.そして、5・6章において、提 案手法を用いて制御器を最適化した効果をシミュレーショ ンと実機により検証した結果を説明する.最後に、まとめ と今後の展開を述べる.

#### 2. Structured $H_{\infty}$ 制御

Structured  $H_{\infty}$ 制御とは、制御対象の周波数応答特性が 予め得られているという前提で、構造が固定された制御器 のパラメータを設計者が指定した目標仕様に従って最適化 する制御手法である.

先行研究においては、構造が固定された制御器のパラメー タを最適化する研究は行われてきたが、ローパスフィルタ やノッチフィルタなど分母に調整パラメータを含む問題は 非凸最適化問題を解く必要があり、最適解を得ることが困難 であった.しかし、Bundle 法<sup>(13)</sup> や CCCP (Convex Concave Procedure)<sup>(14)</sup> といった非凸最適化計算手法の開発に より、解を得ることができるようになった.本稿で Structured  $H_{\infty}$  制御を用いる場合には、Bundle 法<sup>(15)</sup> を用いて 最適化問題を解いている.



Fig. 1. Flowchart of the proposed method



Fig. 2. Block diagram of position control system to be adjusted

## 3. 次数とパラメータの同時最適化手法

本章では、Structured  $H_{\infty}$  制御を用いてカスケード型位 置制御系の次数とパラメータを同時に最適化する手法を提 案する.提案手法の概要を Fig.1 に示す.本手法には2つ の特長があり、1つ目は制御器の次数の増加と極零相殺を 利用した次数の削減を繰り返すことで、制御器の次数を調 整することである.2つ目は、Structured  $H_{\infty}$  制御を用い てパラメータを最適化していることである.

〈3・1〉カスケード型位置制御系 まず,調整対象とする カスケード型位置制御系について説明する.カスケード型 位置制御系は,Fig.2 に示されるように入れ子状に複数の フィードバックループを有する制御系であり,各フィード バックループにおいて,位置・速度・加速度など状態量毎の 制御が可能である.そのため,厳密に状態量を管理し,精 密な位置決め精度を要するサーボモータのような機械に用 いられている.本稿では,サーボモータで多く用いられて いる位置P制御・速度 PI 制御(P-PI 制御器)を扱う.

**〈3・2〉 基底フィルタ** 位置制御系の次数を調整するために「基底フィルタ: Basis filter」と呼ぶ構造を導入する. 基底フィルタは, Fig.2 の *K*<sub>bf</sub> に設置されるフィルタであ

 
 Table 1. Parameters and variables of the position control system

Symbol	Parameter and variables			
$K_p$	Position P gain			
$K_v$	Velocity P gain			
$K_i$	Velocity I gain			
$X_{ref}$	Position reference			
$X_m$	Motor side position			
$V_m$	Motor side velocity			
d	Disturbance			

り,式 (1) で示す *m* 個のフィルタ *G*<sub>bfi</sub>(s) の掛け合わせで 構成する.*m* を調整することで次数を調整する.

フィルタ *G*<sub>bfi</sub>(s) の構造は目的に合わせて任意の形をと ることが可能であるが,本稿ではゲイン安定化・位相安定化 の両方を実現するために,式(2)に示すようにノッチフィ ルタと位相進み補償を組み合わせた構造を用いる.

$$K_{bf}(s) = \prod_{i=1}^{m} G_{bfi}(s) \cdots (1)$$
$$G_{bfi}(s) = \frac{s^2 + 2\alpha_i \zeta_{di} \omega_{fi} s + \omega_{fi}^2}{s^2 + 2\zeta_{di} \omega_{fi} s + \omega_{fi}^2} \cdot \frac{s + \omega_{\ell i}}{\beta_i s + \omega_{\ell i}} \cdots (2)$$

**〈3·3〉 Structured**  $H_{\infty}$  制御を用いたパラメータ最適化 本節では、Structured  $H_{\infty}$  制御を用いて、P-PI 制御器と基 底フィルタから構成される位置制御系の外乱抑圧特性が向 上するように、パラメータを最適化する.

位置制御器を  $K_1(s)$ ,速度制御器を  $K_2(s)$ ,擬似微分器 を D(s),制御対象を P(s) とおく.制御対象 P(s) は,分 子 4 次・分母 8 次の伝達関数を用いている.また,擬似微 分器の微分時間  $T_f$  は固定値を用いる.このとき,位置制 御系の開ループ伝達関数 L(s) と感度関数 S(s) は,式(3)・ 式(4) のように表現できる.入力端外乱の影響を抑制した い場合は,抑制したい周波数で S(s) のゲインを下げるよう にパラメータを調整すればよい.

$$K_{1}(s) = K_{p}$$

$$K_{2}(s) = K_{v} + \frac{K_{i}}{s}$$

$$D(s) = \frac{s}{1 + T_{f} \cdot s}$$

$$L(s) = (K_{1} + D) \cdot P \cdot K_{2} \cdot K_{bf} \cdots \cdots \cdots (3)$$

$$S(s) = \frac{1}{1 + L} \cdots \cdots (4)$$

$$\rho = [K_{p}, K_{v}, K_{i}, \omega_{fi}, \zeta_{di}, \alpha_{i}, \omega_{\ell i}, \beta_{i}] \cdots \cdots (5)$$

**〈3·4〉 目標仕様と制約条件の設定** 制御器の次数とパ ラメータを調整するために,目標仕様と2つの制約条件を 設定する.

目標仕様:低周波数帯域における外乱抑圧特性の向上  $10^{-1} \sim 10$  Hz における L(s) の傾きを -60 dB/dec 以下 制約条件 1. 位置制御系が安定 ゲイン余裕  $G_m$ : 6 dB, 位相余裕  $P_m$ : 30 deg を確保

制約条件 2. 制御パラメータは全て正数



Fig. 3. Target specification of disturbance suppression performance (blue area : desirable area for sensitivity function S(s)) black one-dot chain line : boundary between desirable and undesirable areas

直観的な理解を助けるために,目標仕様と制約条件1を それぞれ図示する.目標仕様は,Fig.3に示すようにゲイ ン線図において L(s) のゲインが, $10^{-1} \sim 10$ Hz の範囲で黒 色の一点鎖線よりも下の範囲の値をとることを示している.

また,制約条件1はFig.4に示すナイキスト線図において開ループ伝達関数L(s)のベクトル軌跡が赤い円の外を通ること示している.赤い円は実軸上に中心を持ち,ゲイン余裕を表す点 $p_g$ と位相余裕を表す点 $p_p$ の2点を通る円である.赤い円の中心点 $p_c$ と半径 $r_c$ は,ゲイン余裕と位相余裕の値から幾何的に求めることができる. $p_g \ge p_p$ は,式(6)で表現することができる.

円の中心は円上の 2 点を結んだ線分と垂直に交わる直線 上にあることを利用すると、円の中心および半径は下式の ように求めることができる. なお、aは、 $p_g$  と  $p_p$  を結んだ 線分と垂直な直線の傾きである.

$$a = \frac{p_g(1) - p_p(1)}{p_g(2) - p_p(2)}$$
$$p_c = \left[\frac{p_g(1) + p_p(1)}{2} - \frac{p_g(2) + p_p(2)}{2 \cdot a}, 0\right]$$
$$r_c = |p_g - p_c|$$

Fig. 3と Fig. 4 に示した目標仕様と制約条件を満たす制 御パラメータを求める最適化問題は,式(7)のように表現 することができる. W<sub>s</sub>は,目標指標に合わせた周波数ご とに設定される重み関数である.





Fig. 4. Constraint condition of stability of the system : circle condition (black dashed line : unit circle, red circle : forbidden area, red point : center of the red circle)

#### 4. 精密位置決め装置

本章では、制御対象である1軸の精密位置決め装置の機構の概要と周波数特性について説明する.

〈4・1〉 機構の概要 本装置は、Fig. 5 に示すリニア モータを用いた1軸の精密位置決め装置である. 駆動用と 外乱印加用の2つのリニアモータ、キャリッジ部およびそ の上に板バネで連結されたテーブル部の4つの部分から構 成されている.アナログ電流指令を入力とし、リニアモー タの位置をリニアエンコーダで検出しており、分解能は1 nm である.

〈4・2〉 周波数特性 電流指令からモータ位置までの周 波数応答を Fig. 6 に示す.制御対象は 3 つの振動モード を持っており、1 モード目は板バネの弾性による振動モー ドであり、共振周波数:31 Hz・反共振周波数:25 Hz の低 周波数帯域の振動系である.2モード目は共振周波数:89 Hz であり、3モード目は反共振周波数:147 Hz・共振周波 数:297 Hz の振動系である.

これらの複数の振動モードが制御器の調整を難しくして いる.特に,2モード目の共振(89 Hz)は,P-PI 制御器 をハイゲイン化するとゲイン余裕を減少させ,位置制御系 を不安定化させる.そのため,この共振の影響を抑制する 必要がある.

### 5. シミュレーション検証

本章では、〈3·4〉節で設定した目標指標と制約条件を基 に、提案手法を用いてシミュレーション上で P-PI 制御器 のパラメータ、基底フィルタの数とパラメータを最適化し た結果を示す.

〈5・1〉比較対象 提案手法を用いた調整結果を説明する前に,提案手法の比較対象を説明する。比較対象として, ノッチフィルタ1つと位相進み補償1つをK<sub>bf</sub>に設定し, パラメータを最適化した制御系を用いる.この制御系を比 較対象とした理由は,2モード目の共振(89 Hz)の影響を 抑制するためにノッチフィルタが1つ,ノッチフィルタに よる位相遅れの影響を補償するために位相進み補償を1つ



Fig. 5. Overview of the positioning device



Fig. 6. Bode diagram of the plant (Input : current reference, Output : position of the carriage)

Table 2. Tunable parameters of the controller
(Min and Max mean minimum and maximum value of
adjustment range. Initial means an initial value for
optimization.

Symbol	Parameter	Min	Max	Initial	Unit
$K_p$	Position P gain	0	2000	10	rad/s
$K_v$	Velocity P gain	0	2000	10*2*pi	rad/s
$K_i$	Velocity I gain	0	2000	40*2*pi	1/s
$\omega_{fi}$	Frequency of notch filter	0	2000	1000	Hz
$\zeta_{d1i}$	Damping ratio	0	1	0.5	rad/s
$\alpha_i$	Depth of notch filter	0	1	0.5	-
$\omega_{\ell i}$	Frequency of phase lead	0	2000	1000	Hz
$\beta_i$	Coefficient of phase lead	0.80	1	0.90	-

用いるのが適切と考えられるからである.なお,従来手法の制御器のパラメータは,Structured  $H_{\infty}$ 制御<sup>(15)</sup>を用いて最適化された値を用いる.

**〈5・2〉 調整結果** 提案手法を用いた結果,基底フィル タの数 m = 3において,ノッチフィルタが2つと位相進 み補償が3つ生成される形で調整が完了した.調整された 制御器のパラメータを Table.3 に示す.調整完了のトリガ



Fig. 7. Comparison for current reference (blue line : the proposed method, red line : the conventional method, black dashed line : disturbance current)

となる極零相殺はノッチフィルタの中で発生しており,基 底フィルタの極零配置を示す Fig.9 から確認できる.基底 フィルタの周波数特性は Fig.10 を示す.89Hz 付近のゲイ ンが大きく減少しており,2モード目の共振の影響を抑制 する調整結果が自動的に出力されている.

〈5・2・1〉 感度関数の比較 提案手法と従来手法で設計された感度関数 L(s) の比較を Fig. 11 に示す. 青線が提案手法,赤線が従来手法,黒点線は目標仕様である L(s)の傾きを表している.  $10^{-1} \sim 10$ Hz の低周波数帯域において,青線が黒点線と赤線よりも下にあることから,目標仕様を満たしつつ従来手法よりも低感度化が実現できている.

〈5・2・2〉外乱応答の比較 さらに、低感度化を実現したことで、外乱を印加した際の位置偏差が減少することを外乱応答から確認した。Fig. 2の入力端外乱 d に 0.1sのステップ状の電流外乱が入った場合のシミュレーションを実施した。電流外乱は、入力端外乱に加わるクーロン摩擦を模している。位置応答の比較を Fig. 8 に示す.青線は提案手法を、赤線は従来手法の位置応答を示している.青線の方が赤線よりも位置の変化がより小さくなっており、外乱による位置への影響を抑圧できている.

〈5・2・3〉 制約条件の確認 最後に、2つの制約条件が満たされていることを確認する.まず、位置制御系の安定性を保証する制約条件1が満たされていることを確認する.開ループ伝達関数 L(s)のナイキスト線図を Fig. 12 に示す.青線は提案手法を、赤線は従来手法のベクトル線図を示しており、黒点線の円が L(s) が通ってはならない範囲を示している.提案手法・従来手法ともにベクトル軌跡が円の外側を通っており、制約条件1は満たされている.

次に,制御パラメータの値が全て正数である制約条件2 が満たされていることを確認する. Table 3 から,パラメー タは全て正数であり,制約条件2 も満たされている.

以上より,シミュレーション上において制約条件を満た しつつ外乱抑圧特性を向上させたカスケード型位置制御系 が設計できることを確認した.



Fig. 8. Comparison for position error in simulation (blue line : the proposed method, red line : the conventional method)



Fig. 9. Pole-zero placement of Basis filter (red circle marks : zeros, blue closs marks : poles)



Fig. 10. Frequency response of the Basis filter : K<sub>bf</sub>

### 6. 実機検証

5章にて設計した制御器を用いて実機検証を行い,本手 法の有効性を確認した.シミュレーション検証時と同様に, ステップ状の外乱電流指令を加えたときの位置応答の比較

Table 3. Adjusted parameters of controller

Symbol	Parameter	Adjusted value	Unit
$K_p$	Position P gain	61.5	rad/s
$K_v$	Velocity P gain	80.6	rad/s
$K_i$	Velocity I gain	$5.13 \times 10^{3}$	1/s
$\omega_{f1}$	Center frequency of Notch 1	88.8	Hz
$\zeta_{d1}$	Damping ratio 1	0.295	-
$\alpha_1$	Depth of notch filter 1	0.121	-
$\omega_{f2}$	Center frequency of Notch 2	70.6	Hz
$\zeta_{d2}$	Damping ratio 2	0.482	-
$\alpha_2$	Depth of notch filter 2	0.558	-
$\omega_{\ell 1}$	Frequency of Phase lead 1	50.0	Hz
$\beta_{n1}$	Coefficient of phase lead 1	0.800	-
$\omega_{\ell 2}$	Frequency of Phase lead 2	50.0	Hz
$\beta_{n2}$	Coefficient of phase lead 2	0.800	-
$\omega_{\ell 3}$	Frequency of Phase lead 3	609	Hz
$\beta_{n3}$	Coefficient of phase lead 3	0.800	-



Fig. 11. Comparison for sensitivity function (black dashed line : target specification, red line : conventional method and blue line : proposed method)

を Fig.13・Fig.14 に示す.最大位置偏差を比較したところ, 163  $\mu$ m (従来手法) から 98  $\mu$ m (提案手法) に 40% 減少 したことを確認した.また,Fig.14 に示すように印加後の 残留振動が減少したことも確認した.この残留振動の周波 数はおよそ 90Hz であり,2次モードの共振周波数の影響 と思われる.提案手法において残留振動が抑制できた理由 は,2つ目のノッチフィルタ(中心周波数:70.6 Hz)によ り位相が進んだ結果と考えられる.

## 7. まとめと今後の展望

本稿では、Structured  $H_{\infty}$ 制御を用いてカスケード型位 置制御系の次数とパラメータを最適化する手法を提案した。 1軸の精密位置決め装置を用いて本手法を検証した結果、 外乱抑圧特性を向上させることができた。

より実用的な調整手法を実現するためには,コントロー ラの入力飽和やセンサの量子化誤差など非線形要素を考慮 する必要がある.非線形要素を直接モデル化して考慮する ことは困難であるが,最適化の制約条件や探索範囲に組み 込むことで考慮することができるのではないかと考えられ る.



Fig. 12. Comparison for Nyquist diagram (black dashed circle : the forbidden area for root locus, green dashed square : enlarged part, blue line : proposed method, red line : conventional method)



Fig. 13. Comparison for position error in experiment (blue line : the proposed method, red line : the conventional method)



Fig. 14. Comparison for residual vibration in experiment (blue line : the proposed method, red line : the conventional method)

#### 参考文献

- (1) 野田 哲男,長野 陽,堂前 幸康,永谷 達也,田中 健
   ー: "制御パラメータの調整作業を自動化するための能
   動型探索アルゴリズムとその適用事例について",システム制御情報学会論文誌 29巻2号 pp.65-75 (2016)
- (2) Harahap and Hanamoto : "FRIT Based PI Tuning for Speed Control of PMSM using FPGA for High Frequency SiC MOSFET Inverter" ICIEV (2015)
- (3) 福島 幸平,坂本 哲三: "評価関数を線形化した FRIT と OPSO によるウェブ張力制御系のセルフチューニン グ",電学論 Vol.138, No.2, pp.128-134 (2018)
- (4) T.Yamamoto, K.Takao and T.Yamada : "Design of a Data-Driven PID Controller", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol.17, No.1,pp.65-75 (2009)
- (5) 茨木 創一,田中 拓也,松原 厚,垣野 義昭: "構造が 固定された制御器の数値最適化による周波数整形 (送り系 のための制振フィルタの設計)",機械学会論文集 C編, 70巻,691号,pp.687-692 (2004)
- (6) P.Apkarian and D.Noll: "Nonsmooth H ∞ Synthesis", IEEE Transaction on Automatic Control Vol.51, No.1,pp.71-86 (2006)
- (7) P.Apkarian, V.Bompart and D.Noll: "Non-smooth structured control design with application to PID loop shaping of a process", International Journal of Robust and Nonlinear Control, vol.17, issue 14,pp.1320-1342 (2007)
- (8) A.Karimi, G.Galdos and R.Longchamp: "Robust fixedorder H∞ Controller Design for Spectral Models by Convex Optimization", IEEE Conference on Decision and Control Cancun, Mexico, Dec.9-11 (2008)
- (9) P.Apkarian and D.Noll: "The H∞ Control Problem is Solved", AerospaceLab Journal, ONERA pp.1-11 (2017)
- (10) 弓場井 一裕: "凸最適化によるデータに基づく制御器 設計の展開", 電学論 Vol.139, No.4, pp.272-275 (2019)
- (11) E.van Solingen, J.W.Wingerden and T.Oomen: "Frequency-domain optimization of fixed-structure controllers", International Journal of Robust and Nonlinear Control, Volume 28 issue 12 (2016)
- (12) 前田 佳弘, 郷 直樹, 岩崎 誠: "最適化問題の可解性を 利用した制御パラメータの安定範囲算出とパラメータ調 整の効率化", 電学論 Vol.138, No.5, pp.392-401 (2018)
- (13) T. M. T. Do and T. Arti'eres: "Regularized bundle methods for convex and non-convex risks", Journal of Machine Learning Research, vol. 13, no. Dec, pp. 3539–3583 (2012)
- A.L.Yuille and A.Rangarajan: "The Concave-Convex Procedure(CCCP)", Neural Computation, vol. 15, issue 4, p.915-936,(2003)
- (15) P.Gahinet and P.Apkarian: "Decentralized and Fixed-Structure H∞ Control in MATLAB", 2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, (2011)