ボールねじ駆動ステージに対する

指令値の変化にロバストな反復学習制御

林拓巳*,藤本博志(東京大学),伊佐岡慶浩,寺田祐貴(DMG 森精機)

Iterative Learning Control for Ball-screw-driven Stages with Robustness to Reference Trajectory Variation Takumi HAYASHI*, Hiroshi FUJIMOTO (The University of Tokyo) Yoshihiro ISAOKA, Yuki TERADA (DMG MORI CO., LTD.)

Ball-screw-driven stages are widely used as feed systems of industrial equipment such as numerically controlled machines. Therefore, high-precision position control of ball-screw-driven stages is required. However, rolling friction deteriorates control performance. In this paper, a friction compensation method based on iterative learning control is proposed. The proposed method can achieve high control performance by using basis functions and data-based friction model. Through simulations and experiments, the proposed method is compared with other friction compensation methods and the effectiveness of the proposed method is verified.

キーワード: ボールねじ駆動ステージ, 転がり摩擦, 摩擦補償, 反復学習制御, 基底関数, データベース摩擦モデル。 (Ball-screw-driven stage, rolling friction, friction compensation, iterative learning control, basis function, data-based friction model.)

1. 序論

Fig.1に示されるボールねじ駆動ステージは、駆動側モー タの回転運動を負荷側ステージの並進運動に変換する機構 であり、NC工作機械など産業用機器の送り系として用い られている。NC工作機械で高精度な加工を行うためには ボールねじ駆動ステージの精密位置制御が必要となる。

しかし, Fig. 1 のボールねじとリニアガイドで生じる転 がり摩擦がボールねじ駆動ステージの制御性能を劣化させ る。転がり摩擦の特性を Fig. 2 に示す。Fig. 2 の特性は二 つの領域, region 1 (転がり出し領域) と region 2 (転がり 領域) に分けて考えることができる。転がり出し領域では, ステージの速度反転直後で転がり摩擦は非線形ばね特性を 示す。一方で,転がり領域では,転がり摩擦はほぼ一定の値 (クーロン摩擦 T_c) となる。この転がり摩擦のために,特 にステージの速度が反転したときに大きな追従誤差が生じ る。したがって,ボールねじ駆動ステージの精密制御には 転がり摩擦の補償が必須となる。摩擦補償法はモデルベー ス摩擦補償法と学習ベース摩擦補償法に大別される。

モデルベース摩擦補償法では、転がり摩擦特性を計測し、 厳密にモデリングすることで摩擦補償を行う。現在までに さまざまな転がり摩擦のモデルが考えられてきており、Generalized Maxwell Slip モデル⁽¹⁾,可変自然長ばねモデル⁽²⁾, レオロジーに基づくモデル⁽³⁾ などが提案されてきた。これ らの摩擦モデルを使って転がり摩擦をモデル化し、得られ たモデルを利用して摩擦補償をすることで、追従特性を向 上させることに成功している。ただし、周囲の環境やボー ルねじ駆動ステージの動作状況によって転がり摩擦の特性 が変化することが考えられ⁽⁴⁾,得られた転がり摩擦のモデ



Fig. 1. Schematic view of a ball-screw-driven stage.



Fig. 2. Characteristics of rolling friction.

ルを利用しても補償しきれないということが考えられる。

他方の学習ベース摩擦補償法は、同じ指令値軌道が繰り 返されるときに有効な手法である。反復学習制御(Iterative Learning Control; ILC)⁽⁵⁾⁻⁽⁸⁾ は繰り返される指令値軌道に出 力を追従させたいときに有効な制御手法である。直前の試 行を利用して転がり摩擦を補償するため、環境や動作状況 による転がり摩擦の特性の変化に強いと考えられる。一方 で、一つの指令値軌道しか学習できず、指令値軌道が変わ ると再学習が必要になるという欠点がある。

本稿では、通常のILCと基底関数を利用する射影型ILC®



Fig. 3. Experimental setup. Only the x axis is used.

Table 1. Parameters of the nominal model.	
Nominal inertia J_n	$0.015 \rm kgm^2$
Nominal viscosity coefficient D_n	$0.1\mathrm{Nmsrad^{-1}}$
Torque constant K_T	$0.715\mathrm{N}\mathrm{m}\mathrm{A}^{-1}$
Ball-screw's lead R	1.91 mm rad ⁻¹

をベースに,指令値軌道の変化にロバストな学習ベース摩 擦補償法を提案する。シミュレーションと実験を通じて, 提案手法の有効性を検証する。

2. 実験機

本稿で扱う実験機を Fig. 3(a) に示す。本実験機は x, y 軸 の 2 つのボールねじを持つが、本稿では x 軸のみを使用す る。Fig. 3(b) に示される、本実験機のモータの電流 i [A] か らステージの位置 x [m] までの周波数特性から、ノミナル モデル $P_n(s)$ を

$$P_n(s) = \frac{RK_T}{J_n s^2 + D_n s}.$$
 (1)

とする。Eq. (1)の各パラメータの値は Tab. 1 の通りである。 また、本実験機の転がり摩擦を Fig. 3(c) に示す。Fig. 3(c) は極低速駆動時のノミナルモデルを使用した外乱オブザー バで得られた。Fig. 3(c) から、転がり出し領域はおおよそ 速度反転から 10 µm、クーロン摩擦は 3.2 N m である。

3. 反復学習制御

〈3·1〉 通常の反復学習制御 Fig. 4 に示される 2 自由 度制御系を考える。このとき,追従誤差 *e* は

 $e = r - x = Sr - SP(f - d) \cdots (2)$

となる。 $S = (1 + C_{FB}P)^{-1}$ は感度関数である。

ILC は,同じ指令値軌道を繰り返し入力するときに,繰り返しごとに追従誤差を抑圧する手法である。以下,添字 *j*,*j*+1 は *j*,*j*+1 回目の繰り返し(試行)を示すとする。

今, j回目の試行のフィードフォワード入力を f_j , その ときの追従誤差を e_j とすると,その次の試行のフィード フォワード入力 f_{j+1} は学習フィルタL(z)とロバストフィ ルタQ(z)を利用し,次のように計算される。

$$f_{j+1} = Q(f_j + Le_j).$$
 (3)



Fig. 4. Block diagram of two-degree-of-freedom control system (*r*: (position) reference, *x*: (position) output, *f*: feedforward input, *d*: disturbance (rolling friction), *P*: plant (ball-screw-driven stage), C_{FB}: feedback controller).

Eq. (2) と Eq. (3) から,指令値軌道や外乱が毎試行繰り返 されるなら,次の追従誤差に関する関係式が得られる。

 $e_{j+1} = Q(1 - SPL)e_j + (1 - Q)(Sr - SPd)....(4)$

Eq. (4) から,追従誤差が試行ごとに単調減少する条件は

$$\max_{\omega} \left| Q(e^{j\omega}) \left(1 - S(e^{j\omega}) L(e^{j\omega}) P(e^{j\omega}) \right) \right| < 1 \cdots (5)$$

となる。*L(z)*, *Q(z)* は Eq. (5) を満たすように設計される。

〈3・2〉射影型反復学習制御 追従誤差の漸化式 Eq. (4) は同じ指令値軌道が繰り返されるときに成り立つ式であり、 指令値軌道が変わると、得られたフィードフォワード入力 は意味をなさない。この欠点を解決したのが射影型 ILC (Projection-based ILC; P-ILC)である。P-ILC と区別するた めに、通常の ILC を S-ILC (Standard ILC) と呼称する。 例えば

なるシステムに対しては,もし外乱(転がり摩擦)がなけ れば,フィードフォワード入力を

とすれば,追従誤差を抑圧できる。プラントのパラメータ J, D の真値は一般には分からないが,P-ILC では S-ILC を 利用し,毎試行パラメータ J, D を推定する。そして,基 底関数 $\Psi(r_j)$ を利用してパラメータ化されたフィードフォ ワード入力 f_i^p を生成する。

ここで,長さ N + 1 のベクトルは ILC の 1 試行の時系列 データである。また, θ_j は推定されたプラントのパラメー タを表し,ハット付き文字:は推定値を意味している。

〈3・2・1〉 手順 P-ILC では、次の手順で j + 1 回目の 試行のフィードフォワード入力 f_{j+1}^{p} が計算される⁽⁹⁾。

(1) j+1回目の試行でもj回目の試行の指令値軌道 r_j が繰り返されると仮定し、フィードフォワード入力 f_{j+1}^{np} をS-ILC(Eq. (3))で計算する。

(2) プラントのパラメータ θ_{j+1} を, S-ILC で計算され たフィードフォワード入力 f_{j+1}^{np} と r_j から得られる基底関 数 $\Psi(r_j)$ から推定する。

(3) 指令値軌道をj+1回目の試行のもの r_{j+1} に更新 し, r_{j+1} から得られる基底関数 $\Psi(r_{j+1})$ と推定されたプラ ントのパラメータ θ_{j+1} から, Eq. (9) でフィードフォワー ド入力 f_{j+1}^{p} を計算する。

 $f_{j+1}^{p} = \Psi(r_{j+1})\theta_{j+1}....(9)$ **〈3・2・2〉 プラントのパラメータの推定** パラメータ 化されていないフィードフォワード入力 f_{j+1}^{np} とパラメー タ化されたフィードフォワード入力 $\Psi(r_{j})\theta_{j+1} (\neq f_{j+1}^{p}) \delta$ 使用したときの指令値軌道 r_{j} に対する追従誤差 $e_{j+1}^{np}, e_{j+1}^{p}$ は、外乱を無視するとそれぞれ Eq. (2) から次のようになる。

ここで, $\mathcal{P} \geq S$ はそれぞれ $P \geq S$ から得られる畳み込み 行列である。 $\mathcal{P} \geq S$ の真値は知ることができないために Eq. (10) は計算できないが, ノミナルモデルを利用すれば, その推定値を試行前に計算することができる。

添字 n はノミナルモデルを意味している。

プラントのパラメータ θ_{j+1} は Eq. (12) から推定され、これは線形最小二乗法で解くことができる^の。

$$\min_{\boldsymbol{\theta}_{j+1}} \left\| \hat{\boldsymbol{e}}_{j+1}^{\mathrm{np}} - \hat{\boldsymbol{e}}_{j+1}^{\mathrm{p}} \right\|_{2}$$

$$\Rightarrow \min_{\boldsymbol{\theta}_{j+1}} \left\| S_n \mathcal{P}_n \boldsymbol{f}_{j+1}^{\mathrm{np}} - S_n \mathcal{P}_n \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r}_j) \boldsymbol{\theta}_{j+1} \right\|_{2} \dots \dots (12)$$

提案手法

前節で導入した P-ILC は、転がり摩擦を無視した場合に 成り立つものである。転がり摩擦を考慮した P-ILC を行う 場合、転がり摩擦を推定し補償するための新しい基底関数 を加える必要があるが、複雑な挙動を示す転がり摩擦を仮 定や近似なしに表現できる基底関数を見つけるのは難しい。 本稿では転がり摩擦を、複雑な挙動を示す転がり出し領域 と、ほとんど一定となる転がり領域に分けて考える。

〈4・1〉 手順 提案手法では,次の手順で *j* + 1 回目の 試行のフィードフォワード入力 *f*^h_{*j*+1} が計算される。

(1) j+1回目の試行でもj回目の試行の指令値軌道 r_j が繰り返されると仮定し、フィードフォワード入力 f_{j+1}^{np} をS-ILC(Eq. (3))で計算する。

(2) プラントのパラメータ θ_{j+1} を, S-ILC で計算され たフィードフォワード入力 f_{j+1}^{np} と r_j から得られる基底関 数 $\Psi(r_j)$ から推定する。推定の際には、転がり出し領域、 すなわち速度反転から近い領域の情報は使わない。

(3) f_{j+1}^{np} と基底関数 $\Psi(r_j)$, 推定されたプラントのパ ラメータ θ_{j+1} から, 転がり出し領域を含めた転がり摩擦の 補償分 $\hat{T}_{rf,j+1}$ を計算し, $r_j \geq \hat{T}_{rf,j+1}$ からデータベース摩 擦モデル⁽¹⁰⁾を構築する。

(4) 指令値軌道をj+1回目の試行のもの r_{j+1} に更新 し, r_{j+1} から得られる基底関数 $\Psi(r_{j+1})$ と推定されたプ ラントのパラメータ θ_{j+1} , データベース摩擦モデルから, フィードフォワード入力 f_{i+1}^h を計算する。

〈4・2〉 転がり領域の情報を利用したプラントのパラメー タとクーロン摩擦の推定 転がり領域では、転がり摩擦 はほとんど一定値(クーロン摩擦 T_c)となるため、基底関 数の設定が容易である。そのため、転がり領域の情報から プラントのパラメータを推定する。

クーロン摩擦補償用の基底関数は速度の符号関数とし, これを利用してクーロン摩擦を新たに推定する。

フィードフォワード入力の次元が電流のため、 θ_j には \hat{T}_c ではなく、 \hat{T}_c/K_T を追加した。

プラントのパラメータの推定で転がり出し領域の情報を 無視するために, Eq. (12)の代わりに Eq. (14)を線形最小二 乗法で解く。パラメータ化されていないフィードフォワー ド入力とパラメータ化されたフィードフォワード入力を使 用したときに生じる転がり摩擦は等しいと仮定した。

$$\min_{\boldsymbol{\theta}_{j+1}} \left\| \mathcal{S}_n \mathcal{P}_n f_{j+1}^{\mathrm{np}} - \mathcal{S}_n \mathcal{P}_n \overline{f}_{j+1}^{\mathrm{p}} (\boldsymbol{r}_j, \boldsymbol{W}_j) \right\|_2, \quad \dots \quad (14a)$$

$$\overline{f}_{j+1}^{\mathrm{p}} (\boldsymbol{r}_j, \boldsymbol{W}_j) = W_j \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r}_j) \boldsymbol{\theta}_{j+1} + (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{W}_j) f_{j+1}^{\mathrm{np}}. \quad (14b)$$



Fig. 5. Friction table for data-based friction model. Nonlinear elastic characteristic of rolling friction (left) is represented as a table (right) without any approximations.

 W_j は対角行列であり, j 回目の試行の指令値軌道 r_j から得られる。重み行列 W_j を適切に設定することで、パラメータの推定に用いる情報の取捨選択が可能となる。

〈4・3〉 推定されたプラントのパラメータを利用した転 がり摩擦の推定と補償 推定されたプラントのパラメー タを利用し, S-ILC で計算されたフィードフォワード入力 のうち, Eq. (15) で転がり出し領域を含めた転がり摩擦の 補償分 **î**_{rf.i+1} を抜き出す。

得られた $\hat{T}_{\mathbf{f},j+1} \ge \mathbf{r}_j$ から, Fig. 5 に示すデータベース摩擦モデルを構築する。データベース摩擦モデルは入力が速度反転からの変位,出力が転がり摩擦のテーブルであり,データベース摩擦モデルを構築する際の速度反転からの変位は \mathbf{r}_i から計算される。

j+1回目の試行のフィードフォワード入力 f_{j+1}^{h} を計算 する際は、転がり出し領域では基底関数とデータベース摩 擦モデルを利用し、転がり領域では基底関数を利用する。

ここで Table_{*j*+1}(·) は構築したデータベース摩擦モデルから 最近傍の値を読み出すことを意味し、その引数の $r_{r,j+1}[i]$ は j+1 回目の試行の指令値軌道 r_{j+1} から計算される、速 度反転からの変位である。

5. シミュレーション

提案手法の有効性を確認するために、シミュレーション を行った。なお、制御周期 T_s は 1 ms とした。

〈5·1〉 条件



Fig. 6. Reference trajectories (Case 1).

〈5・1・1〉 ノミナルモデルとシミュレーションプラント ノミナルモデルは Eq. (1) と Tab. 1 に示されるものとした。 また,シミュレーションプラントは Eq. (6) で表されるもの とした。ただしパラメータに誤差があるとした ($J = 0.8J_n$, $D = 1.2D_n$)。転がり摩擦に関しては, Fig. 3(c) の "simulation model" を使用した。

〈5・1・2〉 フィードバック制御器の設計 ノミナルモ デル Eq. (1) に対して,閉ループの極が 30 Hz の重根となる よう,極配置法で設計した後,Tustin 変換で離散化した。

〈5・1・3〉 学習フィルタとロバストフィルタの設計 ILC で使われる 2 つのフィルタについて,学習フィルタ L(z)はノミナルモデルに対して零位相誤差追従制御器(Zero-Phase Error Tracking Controller; ZPETC)⁽¹¹⁾ で設計した。ロ バストフィルタQ(z)は高周波でのモデリング誤差を抑圧す るために,零位相ローパスフィルタとした。

$$Q(z) = \left(\frac{z+2+z^{-1}}{4}\right)^{N_Q}, N_Q = 16.\dots(17)$$

実際には Eq. (17) の実装は不可能なため, Eq. (18) に N_Q サ ンプル進み補償を加えることで Eq. (17) を実現している。

〈5・1・4〉指令値軌道 Fig.6に示す2種類の指令値軌 道にステージの位置を追従させる。ILC のうち,最初の5 試行は指令値軌道として "Ref. 1"を用い,6回目から10 回目の試行では "Ref. 2"を用いる。5,6回目の試行を境に 指令値軌道が変化しており,このときに S-ILC と提案手法 (Prop.) でどのような追従誤差が生まれるかを比較する。

〈5・1・5〉 重み行列の設定と転がり摩擦の補償 提案 手法では、プラントのパラメータの推定の際に Eq. (14) を 解くが、その際に *W_j* という重み行列を導入している。*W_j* は対角行列であり、本稿では Eq. (19) のように決めること で、プラントのパラメータの推定の際に、転がり摩擦が複雑 な挙動を示す転がり出し領域の情報を無視することにする。

$$W_j = \operatorname{diag} \begin{pmatrix} w_j[0] & w_j[1] & \cdots & w_j[N] \end{pmatrix}, \ \cdots (19a)$$



Fig. 8. Experimental results (Case 1).

 $w_j[i] = \begin{cases} 1 & (r_{r,j}[i] > 100\,\mu\text{m}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$

r, *i*[*i*] は *j* 回目の試行の指令値軌道 r_{*i*} から計算される,速 度反転からの変位である。極低速駆動時には、転がり出し 領域の幅は10µmであったが、提案手法でデータベース摩 擦モデルを作る際は、余裕を持たせ、100µmとした。

シミュレーション結果を Fig.7 に示す。 〈5·2〉 結果 Fig. 7(a) は各試行の追従誤差の Root Mean Square (RMS) 値 を, Fig. 7(b) は各試行の追従誤差の最大値を示している。 また, Fig. 7(c) は指令値軌道が変わった直後の6回目の試 行の追従誤差の時間波形を示している。Fig.7から,提案手 法が指令値軌道の変化にロバストであることが示された。

6. 実験

 $\langle 6 \cdot 1 \rangle$ Case 1 シミュレーションと同条件で実験を 行った。その結果を Fig.8 に示す。シミュレーション結果 (Fig. 7)と同様の結果となった。提案手法が学習後に S-ILC よりも劣る理由としては,

- クーロン摩擦のステージ位置に対するわずかな依存性
- ・基底関数を設定するときに無視した高次のダイナミク スや転がり摩擦以外の外乱

などが考えられる。

 $\langle 6 \cdot 2 \rangle$ Case 2 Case 1 の実験では、同じ指令値軌道 を繰り返し、途中で別の指令値軌道に変え、それを繰り返 すというものであった。Case 2 の実験では、毎試行変わる 指令値軌道に対して、提案手法がどのような挙動を示すか を確認する。Case 2 の実験で使う指令値軌道を Fig. 9 に示



Fig. 9. Reference trajectories (Case 2).

す。r₁, r₂, r₃, ..., r₆と毎試行, 指令値軌道を変える。指令 値軌道が毎試行変わる場合, S-ILC ではもはや追従誤差を 抑圧できない。そこで本稿では提案手法の比較相手として, 従来手法 (Conv.) をノミナルモデルに対するマルチレート フィードフォワード制御(12)と極低速駆動で得られたデー タベース摩擦モデルによる転がり摩擦補償とする。従来手 法はモデルベース摩擦補償法の一つであり、プラントのパ ラメータやデータベース摩擦モデルは試行ごとに更新され ないことに注意されたい。従来手法のデータベース摩擦モ デルは、0.1 μm 刻みで速度反転から 10 μm までのデータが テーブル化されている。

4, 5, 6 回目の試行の指令値軌道 r₄, r₅, r₆ に対する追従 誤差を Fig. 10 に示す。参考までに、転がり摩擦の補償を行 わない、フィードバック制御のみの結果も示している。転 がり摩擦の補償を行うことで、従来手法と提案手法ともに 追従誤差を抑圧できている。提案手法では試行ごとにプラ



Fig. 10. Experimental results (Case 2).

Systems," in The 3rd IEEJ International Workshop on Sensing, Actuation, Motion Control, and Optimization, 2017.

- (5) D. A. Bristow, M. Tharayil, and A. G. Alleyne, "A Survey of Iterative Learning Control," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 26, no. 3, pp. 96–114, 2006.
- (6) M. Yamamoto, M. Iwasaki, K. Ito, and N. Matsui, "Precise Disturbance Modeling for Improvement of Positioning Performance," *IEEJ Transactions on Industry Applications*, vol. 128, no. 6, pp. 742–749, 2008, (in Japanese).
- (7) F. Sakai, "A Continuous-time System Identification for Systems with Nonlinear Friction Using Iterative Learning Control," *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers*, vol. 53, no. 8, pp. 448–454, 2017, (in Japanese).
- (8) T. Oomen, "Advanced Motion Control for Precision Mechatronics: Control, Identification, and Learning of Complex Systems," *IEEJ Journal of Industry Applications*, vol. 7, no. 2, pp. 127–140, 2018.
- (9) F. Boeren, A. Bareja, T. Kok, and T. Oomen, "Frequency-Domain ILC Approach for Repeating and Varying Tasks: With Application to Semiconductor Bonding Equipment," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 21, no. 6, pp. 2716–2727, 2016.
- (10) T. Takemura and H. Fujimoto, "Proposal of novel rolling friction compensation with data-based friction model for ball screw driven stage," in *IECON 2010 - 36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, vol. 1, 2010, pp. 1932–1937.
- (11) M. Tomizuka, "Zero Phase Error Tracking Algorithm for Digital Control," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 109, no. 1, pp. 65–68, 1987.
- (12) H. Fujimoto, Y. Hori, and A. Kawamura, "Perfect tracking control based on multirate feedforward control with generalized sampling periods," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 48, no. 3, pp. 636–644, 2001.

ントのパラメータとデータベース摩擦モデルを更新してい るため、従来手法よりも追従誤差が小さくなっている。ま た、提案手法は指令値軌道が毎試行変わっているにも関わ らず、学習できていることが確認された。

7. 結論

本稿では、一つの指令値軌道しか学習できない S-ILC や、 複数の指令値軌道に対応するために基底関数を利用した P-ILC に対し、基底関数では上手く表現できない転がり摩擦 の非線形ばね特性を S-ILC を利用してデータベース摩擦モ デル化することで、指令値軌道が変わったとしてもプラン トのパラメータと転がり摩擦を学習し、補償する手法を提 案した。提案手法を S-ILC や従来のモデルベース摩擦補償 法とシミュレーションおよび実験で比較し、その有効性を 検証した。今後の研究課題としては、収束性の議論や計算 量・使用メモリの低減手法などが挙げられる。

文 献

- (1) F. Al-Bender, V. Lampaert, and J. Swevers, "The Generalized Maxwell-Slip Model: A Novel Model for Friction Simulation and Compensation," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 50, no. 11, pp. 1883–1887, 2005.
- (2) H. Asaumi and H. Fujimoto, "Proposal on nonlinear friction compensation based on variable natural length spring model," in *SICE Annual Conference*, 2008, pp. 2393–2398.
- (3) Y. Maeda and M. Iwasaki, "Feedforward Friction Compensation Using the Rolling Friction Model for Micrometer-stroke Point-to-point Positioning Motion," *IEEJ Journal of Industry Applications*, vol. 7, no. 2, pp. 141–149, 2018.
- (4) T. Beauduin and H. Fujimoto, "Distributed and Parameter-Varying Friction Compensation for Ball-Screw Feed Drive