

# 連続時間不安定零点を持つ制御対象への軌道追従制御法 —冗長次数多項式軌道による最適有限 Preactuation 法—

大西亘\*, 藤本博志 (東京大学)

Tracking control method for plant with continuous time unstable zeros:  
Finite preactuation method based on redundant order polynomial trajectory  
Wataru Ohnishi\*, Hiroshi Fujimoto (The University of Tokyo)

## Abstract

Plant with unstable zeros is known as difficult to be controlled because of initial undershoot of step response and unstable poles of its inversion system. There are two reasons why plant has unstable zeros in discrete time domain: 1) non-collocation of actuators and sensors, 2) discretization by zero-order-hold. Our research group proposed a solution for problem 1) and 2) by multirate feedforward control with state trajectory generation based on time axis reversal. However, this method requires preactuation for negative infinite time. This paper proposes a state variable regeneration method via redundant order polynomial in the negative time domain. Although this method abandons the perfect tracking during preactuation, this method can guarantee the perfect tracking for the positive time domain. Moreover, tracking error during preactuation is minimized by the regenerated state trajectory obtained by the redundant order polynomial with optimized coefficients. The validity of the proposed methods is demonstrated by simulations.

キーワード：不安定零点，時間軸反転，マルチレートフィードフォワード，真性零点，離散化零点  
(unstable zeros, time axis reversal, multirate feedforward, intrinsic zeros, discretization zeros)

## 1. はじめに

伝達関数の分母多項式の根を極，分子多項式の根を零点という。さらに，連続系であれば右半面，離散系であれば単位円外にあれば不安定極・不安定零点とよぶ。不安定零点がある制御対象は，Fig. 1 のようにステップ応答が逆応答をもつ問題<sup>(1)</sup>，またフィードフォワード制御のための逆システムが不安定極をもつ問題があるため，制御しにくい対象として知られている。制御対象の離散時間系における零点は，1) 連続時間系の零点に対応する零点である真性零点<sup>(2)(3)</sup>，2) 離散化により生じる離散化零点<sup>(4)</sup>，の2種類に分けられる。

連続時間系の伝達関数において不安定零点を持たない場合でも，相対次数が2次を超える場合は離散化零点が不安定零点になることが知られている<sup>(4)</sup>。そのため制御対象の逆系が不安定となり，完全追従<sup>(5)</sup>を達成することができない。安定なフィードフォワード制御器の設計法として，離散時間で表現された制御対象の近似逆系に基づくフィードフォワード制御器が提案されている。例えば，nonminimum-phase zeros ignore (NPZI) 法<sup>(6)</sup>，zero-phase-error tracking controller (ZPETC) 法<sup>(5)</sup>，zero-magnitude-error tracking controller (ZMETC) 法<sup>(7)</sup>が提案されてきた。これらの手法は，モデル化誤差・外乱がない場合においても，不安定零点を近似したことによる追従誤差が生じる。また，これら手法は離散時間系において設計されるため，真性零点と離散化零点の問題を同時に扱おうとしていることに注意されたい。

近似逆系を用いない手法として，未来の指令値を予見し (preview)，指令値が変化するよりも早く制御入力を印加す

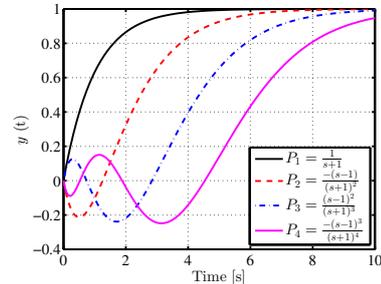


Fig. 1 Step response comparison.  $P_1$  is 1st order transfer function without unstable zero.  $P_2, P_3, P_4$  have one, two, three unstable zero(s) as shown in the legend of the figure. Step responses of the system with unstable zero(s) make undershoot.

る (preactuation) ことにより離散時間系における不安定零点に対処する研究がなされている<sup>(8)(9)</sup>が，これらの手法も不安定な真性零点と不安定な離散化零点を同時に補償しようとしている。一方で，連続時間に基づくアプローチも提案されている<sup>(10)</sup>。文献(10)における手法は，連続時間において制御対象と目標軌道からなる微分方程式を解く必要がある。また，離散化零点の議論はなされていない。

それに対し本研究グループは，不安定な真性零点と離散化零点を，一切の近似を用いずに別々に補償する手法を提案した<sup>(11)</sup>。連続時間系の不安定零点に起因する不安定な真性零点は，時間軸反転を用いた安定な状態変数指令値生成により補償する。本手法は，プラントの次数を  $n$  とした時に，目標軌道の  $n-1$  次の微分値まで与えられるのであれ

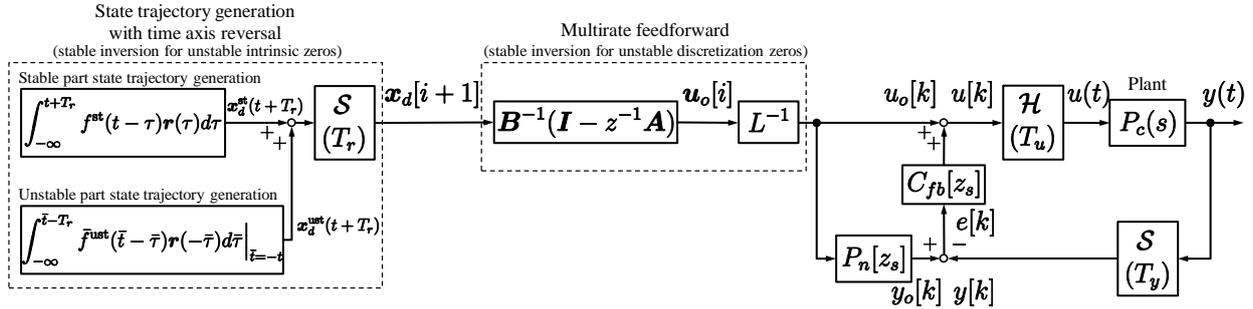


Fig. 2 Multirate feedforward control with state trajectory generation based on time axis reversal<sup>(11)</sup>.  $S$ ,  $\mathcal{H}$ ,  $L$  denote a sampler, a holder, and a lifting operator<sup>(12)</sup>, respectively.  $z$  and  $z_s$  denote  $e^{sT_r}$  and  $e^{sT_u}$ , respectively.

ば、どのような目標軌道であっても適用することが可能である。次に、離散化零点はマルチレートフィードフォワード制御法<sup>(13)</sup>により、近似を用いない安定な逆系により制御入力を生成する。また同時に文献(11)において preactuation および postactuation と連続時間系における不安定零点・安定零点の関係を明らかにした。

文献(11)の手法は、完全追従を達成するために、無限時間の preactuation を必要とする。ところが、実用上は無限時間の preactuation は不可能であるため、有限時間の preactuation をすることを考える。本稿では、もし preactuation を有限時間で強制的に打ち切った場合、不安定零点の時定数より十分長い preactuation 時間であれば問題はないが、不安定零点の時定数より十分に長くない時間で打ち切る場合、追従性能が悪化することを示す。

そこで本稿では、有限時間 preactuation であるにも関わらず、時間  $t=0$  において指令値が変化するとした場合、 $0 \leq t$  において完全追従を達成できる手法を提案する。状態変数軌道を多項式で生成する場合、プラント次数が  $n$  のとき境界条件が  $2n$  個あるため、 $2n-1$  次の多項式で係数が一意に定まる。ところが、この場合では負時間の位置決め誤差が大きくなるという問題がある。そこで次数をあえて冗長にし、その係数を負時間の位置決め誤差の2乗積分値が最小になるように最適化問題を解き、係数を求める手法を提案する。本手法の有効性をシミュレーションにより示す。

## 2. 連続時間不安定零点を持つ制御対象に対する FF 制御器の設計法 (Preactuation Perfect Tracking Control 法)<sup>(11)</sup>

マルチレートフィードフォワードに基づく完全追従制御法<sup>(13)</sup>は不安定な離散化零点に対する安定な逆系を設計する手法である。しかしながら、本手法であっても連続時間系において不安定零点を持つ場合、状態変数軌道が発散するため、連続時間系において近似を行う必要がある<sup>(14)</sup>。この問題は、第2・2節に示す時間軸反転による状態変数軌道生成により解決する。

〈2・1〉 定義 連続時間系におけるノミナルプラントを式(1)に示す。

$$P_c(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0} \dots \dots \dots (1)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}_c u(t) \dots \dots \dots (2)$$

$$y(t) = \mathbf{c}_c \mathbf{x}(t) \dots \dots \dots (3)$$

式(1)を可制御正準系で実現し、状態変数  $\mathbf{x}$  および  $\mathbf{A}_c, \mathbf{b}_c, \mathbf{c}_c$  行列を式(4)に定義する。

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & & & \ddots & \\ & & & & -a_{n-1} \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (4)$$

$$\mathbf{b}_c = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 1]^T$$

$$\mathbf{c}_c = [b_0 \quad b_1 \quad \dots \quad b_m \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

ここで、 $B(s)$  および  $A(s)$  は  $P_c(s)$  の既約な分子と分母を表す。また、 $n$  および  $m (< n)$  はそれぞれ  $A(s)$  と  $B(s)$  の次数を表す。式(2)に示す連続時間状態方程式をサンプリング周期  $T_u$  で離散化し、式(5)を得る。

$$\mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}_s \mathbf{x}[k] + \mathbf{b}_s u[k], \quad y[k] = \mathbf{c}_s \mathbf{x}[k] \dots \dots \dots (5)$$

ただし、 $\mathbf{A}_s, \mathbf{b}_s, \mathbf{c}_s$  を式(6)により求める。

$$\mathbf{A}_s = e^{\mathbf{A}_c T_u}, \quad \mathbf{b}_s = \int_0^{T_u} e^{\mathbf{A}_c \tau} \mathbf{b}_c d\tau, \quad \mathbf{c}_s = \mathbf{c}_c \dots \dots \dots (6)$$

〈2・2〉 状態変数軌道  $\mathbf{x}_d(t)$  の生成 出力  $y(t)$  が目標軌道  $r(t)$  に追従するためには、式(3)より状態変数軌道  $\mathbf{x}_d(t)$  は式(7)を満たしている必要である。

$$\mathbf{x}_d(t) = \mathbf{c}_c \mathbf{x}_d(t) \dots \dots \dots (7)$$

また、式(8)に示すように、目標軌道の微分値が与えられているものとする。

$$\mathbf{r}(t) = [r_1(t) \quad r_2(t) \quad \dots \quad r_n(t)]^T \dots \dots \dots (8)$$

$$= \left[ 1 \quad \frac{d}{dt} \quad \dots \quad \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} \right]^T \mathbf{r}(t)$$

次に、 $\mathbf{x}_d(t)$  が可制御正準系であることを用いて  $\mathbf{r}(t)$  から状態変数軌道  $\mathbf{x}_d(t)$  を生成する。ここで、制御対象が不安定

零点を持つと状態変数軌道が発散してしまうため、以下に示すような手順で安定・不安定分割をし、不安定部については時間軸反転を用いて安定な状態変数軌道を生成する。

〈2・2・1〉 安定部と不安定部の分割  $B(s)^{-1}$  を安定極を持つ  $F^{st}(s)$ , 不安定極を持つ  $F^{ust}(s)$  に分解する。

$$B(s)^{-1} = F^{st}(s) + F^{ust}(s) \dots \dots \dots (9)$$

また、 $\tilde{L}$  を片側 Laplace 変換として、 $f^{st}(t), \tilde{f}^{ust}(t)$  を式 (10) に定義する。ここで、 $F^{ust}(-s)$  は安定であることに注意されたい。

$$f^{st}(t) = \tilde{L}^{-1} [F^{st}(s)], \tilde{f}^{ust}(t) = \tilde{L}^{-1} [(-1)^l F^{ust}(-s)] \dots \dots (10)$$

〈2・2・2〉 安定部の状態変数軌道生成 安定部の状態変数軌道  $x_d^{st}(t)$  については、式 (11) を用いて生成する。

$$\begin{aligned} x_d^{st}(t) &= \begin{bmatrix} x_{1d}^{st}(t) & x_{2d}^{st}(t) & \dots & x_{nd}^{st}(t) \end{bmatrix}^T \\ &= \int_{-\infty}^t f^{st}(t-\tau)r(\tau)d\tau \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

〈2・2・3〉 時間軸反転による不安定部の状態変数軌道生成 不安定部の状態変数軌道  $x_d^{ust}(t)$  は、時間軸を反転した目標軌道  $r(-\bar{t})$  と安定である  $\tilde{f}^{ust}(\bar{t}-\bar{\tau})$  を畳み込み計算し、さらにそれを時間軸反転することにより得られる。両側ラプラス変換による証明は文献 (15), (16) を参照されたい。

$$\begin{aligned} x_d^{ust}(t) &= \begin{bmatrix} x_{1d}^{ust}(t) & x_{2d}^{ust}(t) & \dots & x_{nd}^{ust}(t) \end{bmatrix}^T \\ &= \int_{-\infty}^{\bar{t}} \tilde{f}^{ust}(\bar{t}-\bar{\tau})r(-\bar{\tau})d\bar{\tau} \Big|_{\bar{t}=-t} \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

〈2・2・4〉 状態変数軌道の導出 安定部分と不安定部分の状態変数軌道を合計し、状態変数軌道  $x_d(t)$  を求める。

$$x_d(t) = x_d^{st}(t) + x_d^{ust}(t) \dots \dots \dots (13)$$

〈2・3〉 フィードフォワード制御入力  $u_o$  生成 不安定な離散化零点の問題は、マルチレートフィードフォワード制御法<sup>(13)</sup> により解決する。ここで、Fig. 2 に示すように 3 つの周期を考える。 $T_y, T_r$  は出力  $y(t)$ , 目標軌道  $r(t)$  に対するサンプリング周期、 $T_u$  は制御入力  $u(t)$  に対するホールド周期を表す。ここで本稿では  $T_r = nT_u = nT_y$  と設定する。式 (5) をマルチレート化し、式 (14) を得る。

$$x[i+1] = Ax[i] + Bu[i], y[i] = cx[i] \dots \dots \dots (14)$$

ただし、 $A, B, c, i$  について式 (15) のように定義する。

$$\begin{aligned} A &= A_s^n, B = \begin{bmatrix} A_s^{n-1}b_s & A_s^{n-2}b_s & \dots & A_s b_s & b_s \end{bmatrix} \dots \dots (15) \\ c &= c_s, x[i] = x(iT_r) \end{aligned}$$

ここで式 (14) は  $t = iT_r = kT_u$  から  $t = (i+1)T_r = (k+n)T_u$  の状態遷移を計算することにより得られる。また、入力  $u_o[i]$  を式 (16) に示す lifting form で定義する。

$$\begin{aligned} u_o[i] &= \begin{bmatrix} u_1[i] & u_2[i] & \dots & u_n[i] \end{bmatrix}^T \\ &= \begin{bmatrix} u(kT_u) & u((k+1)T_u) & \dots & u((k+n-1)T_u) \end{bmatrix}^T \dots \dots (16) \end{aligned}$$

Fig. 2 の  $L$  は式 (16) で定義される離散時間リフティングオペレータ<sup>(12)</sup> であり、 $L^{-1}$  は周期  $T_r$  ごとに入力される  $n$  次元ベクトル  $u[i]$  を  $T_u = T_r/n$  ごとに第 1 要素  $u_1[i]$  から第  $n$  要素  $u_n[i]$  まで順に出力するものである。

式 (14), (15) から、可制御であれば  $B$  行列が正則であるため、フィードフォワード入力  $u_o[i]$  は式 (17) により求めることができる。ここで、 $T_r = nT_u$  だけ preview した状態変数軌道  $x_d[i+1]$  を用いていることに注意されたい。

$$u_o[i] = B^{-1}(I - z^{-1}A)x_d[i+1] \dots \dots \dots (17)$$

ただし、 $z$  は  $e^{sT_r}$  を表す。

### 3. Preactuation の強制打ち切り

第 2 章において提案した手法は、無限時間の preactuation をする手法となっている。ところが、現実的な応用においてはこれは不可能である。そのため preactuation を有限時間  $t_{pa}$  だけ行うことを考える。

第 2 章の手法で得られたフィードフォワード入力を  $u^{ref}$  として、式 (18) のように preactuation を強制的に打ち切ることを考える。

$$u^{ref}(t) = \begin{cases} 0 & (t < -t_{pa}) \\ u_{rev}^{ref}(t) & (\text{otherwise}) \end{cases} \dots \dots \dots (18)$$

この手法では、目標軌道が変化する  $t = 0$  において状態変数が所望の値になっていないため、 $0 < t$  において追従誤差が生じる。これは第 5 章のシミュレーションで示す。

### 4. 多項式による負時間の状態変数軌道再生成法の提案 (Finite Preactuation Perfect Tracking Control 法)

本章では、 $t = 0$  において状態変数を有限時間で所望の値にするような軌道を再生成法する手法を提案する。再生成される負時間の状態変数軌道を  $x_d^{reg}(t)$  と定義する。可制御正準系で実現していることから、式 (19) が成り立つ。

$$\begin{aligned} x_d^{reg}(t) &= \begin{bmatrix} x_{1d}^{reg}(t) & x_{1d}^{reg}(t) & \dots & x_{jd}^{reg}(t) \end{bmatrix}^T, \\ x_{jd}^{reg}(t) &= \frac{d^{j-1}}{dt^{j-1}} x_{1d}^{reg}(t) \dots \dots \dots (19) \end{aligned}$$

本提案手法は以下のステップからなる。

- (1) 境界条件の設定  
境界条件を式 (20) で定める。 $x_d(0)$  は第 2 章の手法で求める。

$$x_d^{reg}(-t_{pa}) = O, x_d^{reg}(0) = x_d(0) \dots \dots \dots (20)$$

- (2) 軌道の定義  
 $x_{1d}^{reg}(t) (-t_{pa} \leq t \leq 0)$  を  $n_t$  次の多項式で定義する。  
 $x_{1d}^{reg}(t) = VT_v + WT_w \dots \dots \dots (21)$

$$\begin{cases} T_v = \begin{bmatrix} 1 & t & t^2 & \dots & t^{2n-1} \end{bmatrix}^T \\ T_w = \begin{bmatrix} t^{2n} & t^{2n+1} & \dots & t^{2n-1+n_r} \end{bmatrix}^T, \dots (22) \\ V = \begin{bmatrix} v_0 & v_1 & \dots & v_{2n-1} \end{bmatrix} \\ W = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \dots & w_{n_r} \end{bmatrix} \end{cases}$$

ここで、 $n$  はノミナルプラントの次数、 $n_r (0 \leq n_r \in \mathbb{Z})$

は軌道の冗長な次数である。一意に境界条件を与える軌道の次数は  $2n-1$  次であるから、次数を冗長に設定した軌道の次数  $n_r$  は  $n_r = 2n-1+n_r$  と表される。

(3) 評価関数の定義

式 (20), (21) の連立方程式を解いて,  $x_{1d}(t)$  を  $\mathbf{W}$  と  $t$  だけで表す。式 (4) から, 状態変数軌道より求まる出力  $y_d(t, \mathbf{W})$  は式 (23) となる。

$$y_d(t, \mathbf{W}) = \mathbf{c}_c \mathbf{x}_d^{\text{reg}}(t, \mathbf{W})$$

$$= \mathbf{c}_c \begin{bmatrix} x_{1d}^{\text{reg}}(t, \mathbf{W}) \\ \frac{d}{dt} x_{1d}^{\text{reg}}(t, \mathbf{W}) \\ \frac{d^2}{dt^2} x_{1d}^{\text{reg}}(t, \mathbf{W}) \\ \vdots \\ \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} x_{1d}^{\text{reg}}(t, \mathbf{W}) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (23)$$

以上から, 追従誤差  $e_d(t, \mathbf{W})$  も式 (24) に示すように多項式で表すことができる。

$$e_d(t, \mathbf{W}) = r(t) - y_d(t, \mathbf{W}) \dots\dots\dots (24)$$

本稿では, 式 (25) を評価関数として定める。

$$g(\mathbf{W}) = \int_{-t_{pa}}^0 \left[ (e_d(t, \mathbf{W}))^2 + k_{\text{acc}} (\dot{y}_d(t, \mathbf{W}))^2 \right] dt \quad (25)$$

ここで  $k_{\text{acc}} (> 0)$  は軌道加速度に対する重み係数である。

(4) 制約なし最適化問題による最適係数の求解

最適な係数は式 (26) に示す制約なし最適化問題を解くことにより求まる。

$$\nabla g(\mathbf{W}) = 0, \nabla^2 g(\mathbf{W}) > 0 \dots\dots\dots (26)$$

(5) 負時間の状態変数軌道の導出

以上により,  $x_{1d}^{\text{reg}}(t)$  は係数が最適化された  $n_r = 2n-1+n_r$  次の多項式として求まった。そこで  $\mathbf{x}_d^{\text{reg}}(t)$  を式 (19) より式 (27) から求める。

$$\mathbf{x}_d^{\text{reg}}(t) = \begin{bmatrix} x_{1d}^{\text{reg}}(t) \\ x_{2d}^{\text{reg}}(t) \\ x_{3d}^{\text{reg}}(t) \\ \vdots \\ x_{(n-1)d}^{\text{reg}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1d}^{\text{reg}}(t) \\ \frac{d}{dt} x_{1d}^{\text{reg}}(t) \\ \frac{d^2}{dt^2} x_{1d}^{\text{reg}}(t) \\ \vdots \\ \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} x_{1d}^{\text{reg}}(t) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (27)$$

(6) 状態変数軌道  $\mathbf{x}_d(t)$  の導出

以上より, 状態変数軌道  $\mathbf{x}_d(t)$  式 (28) をから求める。

$$\mathbf{x}_d(t) = \begin{cases} 0 & (t < -t_{pa}) \\ \mathbf{x}_d^{\text{reg}}(t) & (-t_{pa} \leq t \leq 0) \dots\dots\dots (28) \\ \mathbf{x}_d^{\text{st}}(t) + \mathbf{x}_d^{\text{ust}}(t) & (0 < t) \end{cases}$$

得られた  $\mathbf{x}_d(t)$  に式 (17) に示すマルチレートフィードフォワード制御を適用し, フィードフォワード入力を得る。

5. シミュレーション

本稿では例として Fig. 3 に示す, 精密ステージの一例であるガントリステージ<sup>(17)~(19)</sup>を模したモデルをもとにシミュレーションを行う。ここで, 連続時間系における制御対象の伝達関数を式 (29) に示す。

$$P_c(s) = \frac{-(s-140)(s+100)}{s(s+2000)(s+2)(s^2+20s+40000)} \dots\dots\dots (29)$$

ここで,  $\tau$  を不安定零点の時定数として式 (30) に定義する。

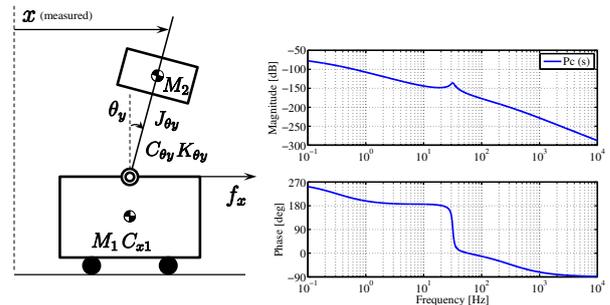


Fig. 3 Simulation model.

This model assumes the gantry type high-precision stage<sup>(17)~(19)</sup>. Fig. 4 Bode diagram of  $P_c(s)$ .

$$\tau = \frac{1}{140} \approx 7.2 \text{ [ms]} \dots\dots\dots (30)$$

この伝達関数は,  $x$  軸方向の電流指令値から位置  $x$  までのモデルを想定している。 $P_c(s)$  をサンプリング周期  $T_u = 100 \mu\text{s}$  の零次ホールドで離散化した伝達関数  $P_s[z_s]$  を式 (31) に示す。

$$P_s[z_s] = \frac{K(z_s + 3.547)(z_s - 1.014)(z_s - 0.9900)(z_s + 0.2543)}{(z_s - 1)(z_s - 0.9998)(z_s - 0.8187)(z_s^2 - 1.998z_s + 0.998)} \quad (31)$$

$P_c(s)$  のボード線図を Fig. 4 に示す。連続時間系においては,  $P_c(s)$  は 1 個の安定零点と 1 個の不安定零点を持つ。離散時間系においては  $P_s[z]$  は真性零点を  $z = +0.99, +1.014$  に, また離散化零点を  $z = -3.547, -0.2543$  に持つ。よって,  $P_s[z_s]$  は不安定な真性零点を 1 個, 不安定な離散化零点を 1 個持つことが分かる。

また, 目標軌道を Fig. 6(a) に示すような 9 次多項式で補間されたステップ軌道で与える。ステップ時間は 0.02 秒と設定した。重み係数  $k_{\text{acc}}$  は  $1.0 \times 10^{-11}$  と与えた。

〈5・1〉 近似逆系を用いたシングルレートフィードフォワード制御法 Preactuation を用いないシングルレートフィードフォワード制御法として, NPZ 法<sup>(6)</sup>, ZPETC 法<sup>(5)</sup>, ZMETC 法<sup>(7)</sup> のシミュレーション結果を Fig. 5 に示す。アンダーシュート・オーバーシュートが生じていることが分かる。

〈5・2〉 Preactuation の強制打ち切り法  $t_{pa} = 70\tau, 5\tau, 4\tau, 3\tau$  におけるシミュレーション結果を Fig. 6 に示す。ここで,  $\tau \ll 70\tau$  とみなせるため, Fig. 6 から,  $t_{pa} = 70\tau$  の場合にはアンダーシュート・オーバーシュートはみられない。ところが  $t_{pa} = 5\tau, 4\tau, 3\tau$  の場合には, Preactuation の強制打ち切りによって,  $t < 0$  だけでなく  $0 < t$  においても追従できていないことが分かる。その理由は, Fig. 7 に示すように  $t = 0$  における状態変数の値が  $\mathbf{x}_d^{\text{st}}(0)$  に一致していないためである。

〈5・3〉 負時間軌道再生法 シミュレーション結果を Fig. 8-10 に示す。  $0 \leq t$  においてはアンダーシュート・オーバーシュートなく追従できていることが分かる。また, preactuation 時間を長くすればするほど  $t < 0$  における位置決め誤差が減少するとともに制御入力がなめらかになることが分かる。

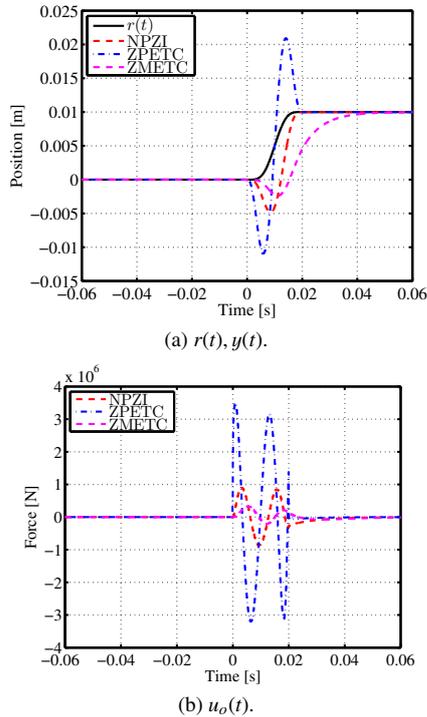


Fig. 5 Feedforward simulation results. The reference position trajectory  $r(t)$ , the output position  $y(t)$ , and the feedforward force  $u$  of the NPZI, ZPETC, ZMETC methods.

## 6. まとめ

本稿では、負の時間の軌道再生成により、有限時間の preactuation であっても、 $0 \leq t$  において完全追従を達成できる手法を提案した。本研究グループの文献(11)や、先行研究<sup>(10)</sup>においては無限時間の preactuation を議論している。

本稿における提案法は、状態変数軌道を多項式で表すことによって、期待される出力  $y_d$  もまた多項式になることを利用し、これを評価関数に組み込むことで冗長次数の係数についての最適化問題に帰着することを特徴としている。また、 $-t_{pa} < t < 0$  における完全追従は諦めつつも、冗長次数によって出来る限り追従誤差を低減している。本手法の有効性は、シミュレーションにより示された。

## 謝辞

本研究の一部は JSPS 科研費 15J08488 の助成を受けたことを付記する。

## 参考文献

- (1) 松尾孝美, “制御系における零点 [IV] 零点と応答波形,” 計測と制御, vol. 29, no. 6, pp. 543–550, 1990.
- (2) T. Hagiwara, T. Yuasa, and M. Araki, “Stability of the limiting zeros of sampled-data systems with zero-and first-order holds,” *International Journal of Control*, vol. 58, no. 6, pp. 1325–1346, 1993.
- (3) T. Hagiwara, “Analytic study on the intrinsic zeros of sampled-data systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 41, no. 2, pp. 261–263, 1996.
- (4) K. Åström, P. Hagander, and J. Sternby, “Zeros of sampled sys-

tems,” *Automatica*, vol. 20, no. 1, pp. 31–38, 1984.

- (5) M. Tomizuka, “Zero phase error tracking algorithm for digital control,” *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 109, pp. 65–68, 1987.
- (6) J. A. Butterworth, L. Y. Pao, and D. Y. Abramovitch, “Analysis and comparison of three discrete-time feedforward model-inverse control techniques for nonminimum-phase systems,” *Mechatronics*, vol. 22, no. 5, pp. 577–587, 2012.
- (7) J. Wen and B. Potsaid, “An experimental study of a high performance motion control system,” in *American Control Conference*, vol. 6, pp. 5158–5163, 2004.
- (8) B. Rigney, L. Y. Pao, and D. Lawrence, “Nonminimum phase dynamic inversion for settle time applications,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 17, no. 5, pp. 989–1005, 2009.
- (9) L. Marconi, G. Marro, and C. Melchiorri, “A solution technique for almost perfect tracking of non-minimum-phase, discrete-time linear systems,” *International Journal of Control*, vol. 74, no. 5, pp. 496–506, 2001.
- (10) T. Shiraishi and H. Fujimoto, “A Reference Trajectory Generation for System with Unstable Zeros Considering Negative-time Domain Analysis,” in *IEEJ International Workshop on Sensing, Actuation, and Motion Control*, 2015.
- (11) W. Ohnishi and H. Fujimoto, “Multirate Feedforward Control with State Trajectory Generation based on Time Axis Reversal for Plant with Continuous Time Unstable Zeros,” in *IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, pp. 689–694, 2016.
- (12) T. Chen and B. A. Francis, *Optimal Sampled-Data Control Systems*. 1996.
- (13) H. Fujimoto, Y. Hori, and A. Kawamura, “Perfect tracking control based on multirate feedforward control with generalized sampling periods,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 48, no. 3, pp. 636–644, 2001.
- (14) H. Fujimoto, K. Fukushima, and S. Nakagawa, “Vibration suppression short-span seeking of HDD with multirate feedforward control,” in *American Control Conference*, pp. 582–587, 2006.
- (15) 十河拓也, “モデルマッチング非因果的解の計算法とその予見フィードフォワード制御への応用,” 計測自動制御学会論文集, vol. 42, no. 1, pp. 40–46, 2006.
- (16) T. Sogo, “On the equivalence between stable inversion for non-minimum phase systems and reciprocal transfer functions defined by the two-sided Laplace transform,” *Automatica*, vol. 46, no. 1, pp. 122–126, 2010.
- (17) A. Hara, K. Saiki, K. Sakata, and H. Fujimoto, “Basic examination on simultaneous optimization of mechanism and control for high precision single axis stage and experimental verification,” in *34th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*, pp. 2509–2514, 2008.
- (18) T. Shiraishi and H. Fujimoto, “Trajectory tracking control method based on zero-phase minimum-phase factorization for nonminimum-phase continuous-time system,” in *International Workshop on Advanced Motion Control*, pp. 1–6, 2012.
- (19) H. Fujimoto, K. Sakata, and K. Saiki, “Application of Perfect Tracking Control to Large-Scale High-Precision Stage,” in *5th IFAC Symposium on Mechatronic Systems*, pp. 188–193, 2010.

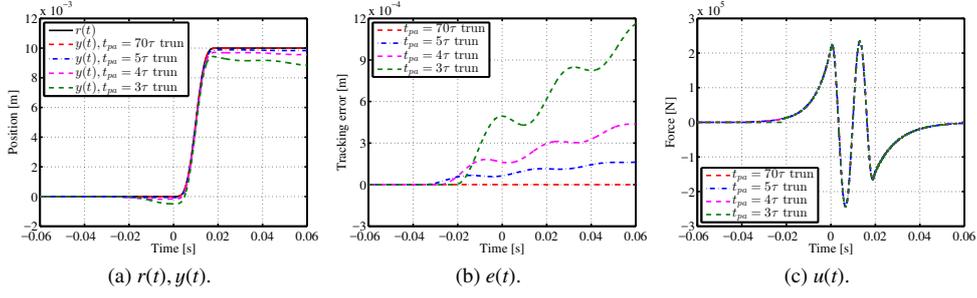


Fig. 6 Preactuation truncation case. The output  $y(t)$  cannot track the reference  $r(t)$ .

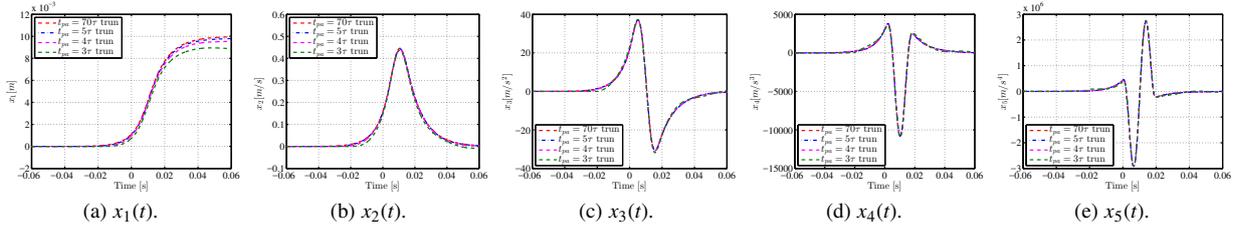


Fig. 7 State variable output  $x(t)$  of the preactuation truncation case. There is a mismatch between  $t_{pa} = 70\tau$  and the others not only  $-t_{pa} < t < 0$  but also  $0 \leq t$ . This is a reason why perfect tracking in  $0 < t$  is not achievable as shown in Fig. 6. Here  $t_{pa} = 70\tau \gg \tau$  is assumed.

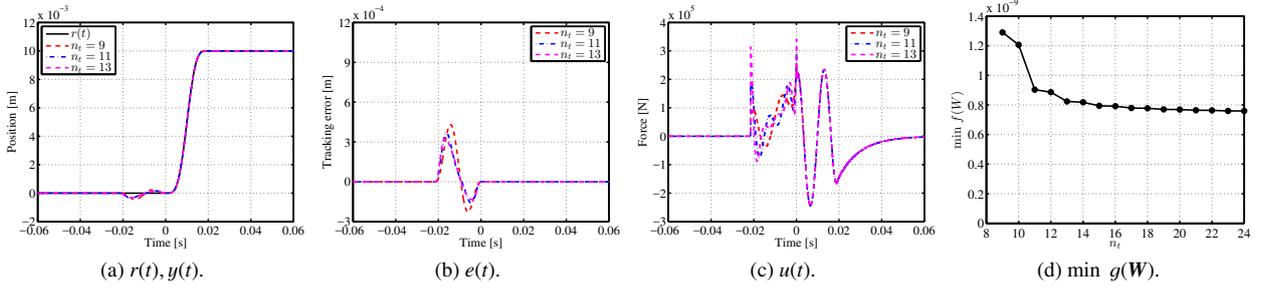


Fig. 8 Finite preactuation method via redundant order polynomial trajectory ( $t_{pa} = 3\tau$ ).

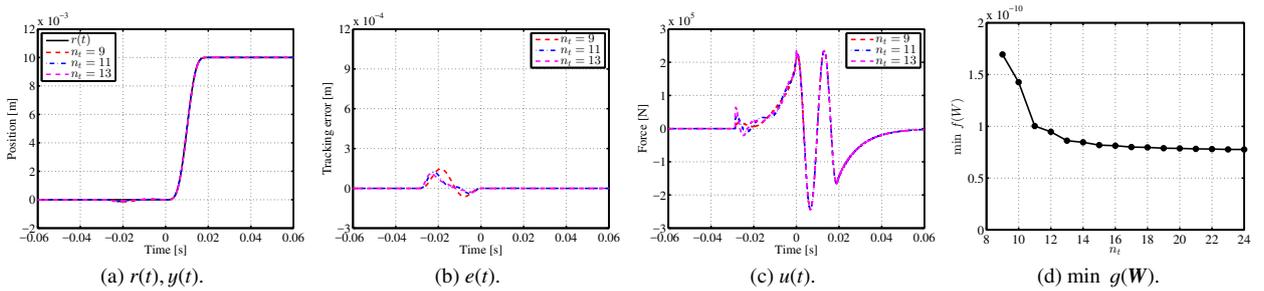


Fig. 9 Finite preactuation method via redundant order polynomial trajectory ( $t_{pa} = 4\tau$ ).

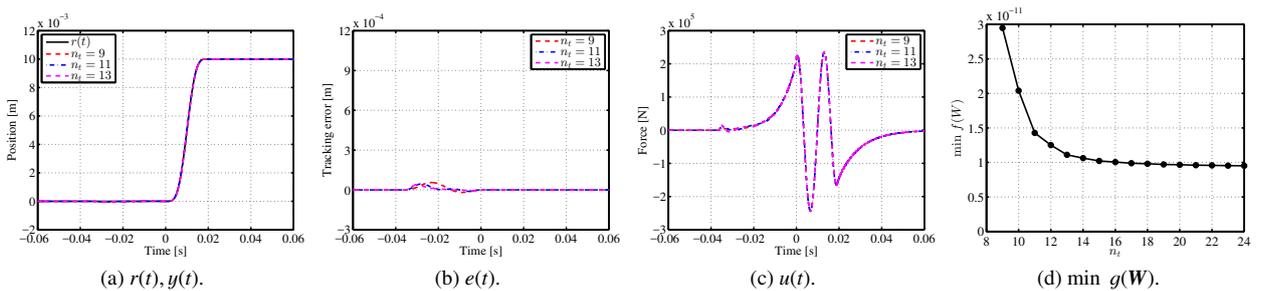


Fig. 10 Finite preactuation method via redundant order polynomial trajectory ( $t_{pa} = 5\tau$ ).