

# マルチレートフィードフォワードに基づく 精密サーボのための軌道追従制御理論の新展開

上級会員 藤本 博志\* 学生員 大西 亘\*

## Novel extension of trajectory tracking control based on multirate feedforward control for precision servo system

Hiroshi Fujimoto\*, Senior Member, Wataru Ohnishi\*, Student Member

Plant with unstable zeros is known as difficult to be controlled because of initial undershoot of step response and unstable poles of its inversion system. There are two reasons why plant has unstable zeros in discrete time domain: 1) non-collocation of actuators and sensors, 2) discretization by zero-order-hold. Problem 2) has been solved by the multirate feedforward control proposed by our research group. Recently, we proposed Preactuation Perfect Tracking Control method to solve problem 1) by the state trajectory generation based on time axis reversal. The validity of the proposed method is demonstrated by simulations in comparison with three single rate feedforward control methods.

キーワード：時間軸反転，マルチレートフィードフォワード，不安定真性零点，不安定離散化零点

**Keywords:** time axis reversal, multirate feedforward, unstable intrinsic zeros, unstable discretization zeros

### 1. はじめに

伝達関数の分母多項式の根を極，分子多項式の根を零点という。さらに，連続系であれば右半面，離散系であれば単位円外に位置していれば不安定極・不安定零点とよぶ。不安定零点がある制御対象は，Fig. 1 のようにステップ応答が逆応答をもつ問題<sup>(1)</sup>，またフィードフォワード制御のための逆システムが不安定極をもつ問題があるため，制御しにくい対象として知られている。制御対象の離散時間系における零点は，1) 連続時間系の零点に対応する零点である真性零点<sup>(2)(3)</sup>，2) 離散化により生じる離散化零点<sup>(4)</sup>，の2種類に分けられる。

連続時間系の零点が不安定の場合，真性零点は不安定となる。連続時間系の零点は，制御対象の状態空間表現における  $A, b, c$  行列により決定される。つまり，制御対象のダイナミクスだけでなく，センサやアクチュエータの位置や特性が零点を決定する<sup>(5)</sup>。連続時間において不安定零点を持つ制御対象として，半導体露光装置のウエハステージ<sup>(6)</sup>，Hard disk drive (HDD)<sup>(7)</sup> や，昇圧コンバータ<sup>(8)</sup>，永久磁石同期モータ<sup>(9)</sup> などが知られている。この場合，離散化すると真性零点が不安定となる。一方で，連続時間系の伝達関

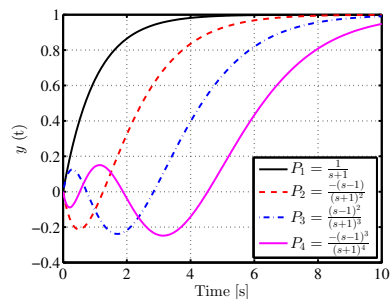


Fig. 1. Step response comparison.  $P_1$  is 1st order transfer function without unstable zero.  $P_2, P_3, P_4$  have one, two, three unstable zero(s) as shown in the legend of the figure. Step responses of the system with unstable zero(s) make undershoot.

数において不安定零点を持たない場合でも，相対次数が2次を超える場合は離散化零点が不安定零点になることが知られている<sup>(4)</sup>。そのため制御対象の逆系が不安定となり，シングルレート系の枠組みでは完全追従<sup>(10)</sup>を達成することができない。

真性零点や離散化零点が不安定な場合に，安定なフィードフォワード (FF) 制御器を設計する方法として近似逆系に基づく手法が提案されている。例えば，nonminimum-phase zeros ignore (NPZI) 法<sup>(11)</sup>，zero-phase-error tracking controller (ZPETC) 法<sup>(10)</sup>，zero-magnitude-error tracking controller (ZMETC) 法<sup>(12)</sup> が提案されてきた。これらの手法は，

\* 東京大学大学院工学系研究科  
〒 277-8561 柏市柏の葉 5-1-5  
Graduate School of Engineering, The University of Tokyo  
5-1-5, Kashiwanoha, Kashiwa 277-8561

離散時間系において設計されるため、真性零点と離散化零点の問題を同時に扱おうとしていることに注意されたい。

そこで本研究グループは、不安定な離散化零点に対する近似を用いない安定逆系の設計手法として、マルチレートフィードフォワードを用いた完全追従制御法 (Perfect Tracking Control, PTC 法) を提案した<sup>(13)</sup>。本手法は、超精密ステージ<sup>(14)(15)</sup>、HDD<sup>(7)</sup>、Atomic force microscope (AFM)<sup>(16)</sup>、工作機械<sup>(17)</sup>などに適用されている。しかしながら、本手法であっても連続時間系において不安定零点を持つ場合、状態変数軌道が発散するため、連続時間系において近似を行う必要がある<sup>(7)</sup>。

近似逆系を用いない手法として、未来の目標軌道を予見し (preview), 目標軌道が変化するよりも早く制御入力を印加する (preactuation) ことにより離散時間系における不安定零点に対処する研究がなされている<sup>(18)(19)</sup>が、これらの手法も不安定な真性零点と不安定な離散化零点を同時に対処しようとしている。一方で、連続時間に基づくアプローチも提案されている<sup>(20)</sup>。文献(20)における手法は、連続時間において制御対象と目標軌道からなる微分方程式を解く必要がある。また、離散化零点の議論はなされていない。

そこで本稿では、近年本研究グループによって提案された、不安定な真性零点と離散化零点に対する近似を用いない安定な逆系の設計方法 (Preactuation PTC 法) を紹介する<sup>(21)</sup>。連続時間系の不安定零点に起因する不安定な真性零点がある制御対象に対し、時間軸反転を用いることで安定な状態変数軌道を生成する。本提案手法は、プラントの次数を  $n$  とした時に、目標軌道の  $n-1$  次の微分値まで与えられるのであれば、どのような目標軌道であっても適用することが可能である。次に、離散化零点はマルチレートフィードフォワード制御法<sup>(13)</sup>により近似を用いず安定化され、状態変数軌道に完全追従する制御入力を生成する。

本稿では、精密位置決めステージのモデルの計測点を変更することで、連続時間系の零点が安定な場合 (case1), 不安定零点を持つ場合 (case2) についてシミュレーションを行った。シングルレートフィードフォワード制御法の NPZI 法, ZPETC 法, ZMETC 法, マルチレートフィードフォワード制御法の PTC 法, Preactuation PTC 法の比較を行い、マルチレートフィードフォワード制御法ではアンダーシュート・オーバーシュートなく完全追従が達成されることを示す。

## 2. 近似逆系によるシングルレートフィードフォワード制御法

本章では、離散時間領域の近似逆系の設計手法である NPZI 法<sup>(11)</sup>、ZPETC 法<sup>(10)</sup>、ZMETC 法<sup>(12)</sup>の比較をする。近似逆系のフィードフォワードを用いるブロック図を Fig. 2 に示す。また、3種の比較を Tab. 1 に示す。ここで、サンプリング周期  $T_y$ 、制御周期  $T_u$  について  $T_y = T_u$  とし、 $z_s = e^{T_u s}$  とする。

零次ホールドにより離散化された制御対象のノミナルモデル  $P_n[z_s]$  が不安定零点を持つと、フィードフォワード制

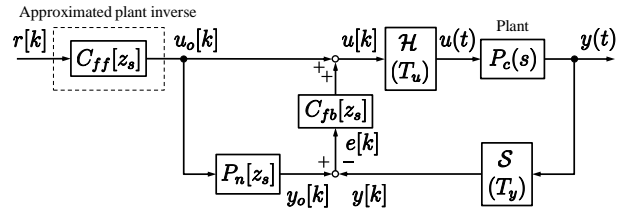


Fig. 2. Approximated plant inverse feedforward control configuration ( $C_{ff}[z_s] = \tilde{P}_n^{-1}[z_s]$ ).

Tab. 1. Comparison between NPZI, ZPETC, and ZMETC<sup>(11)</sup>.

Method	$C_{ff}[z_s]$	$\frac{y[z_s]}{r[z_s]}$	Note
NPZI	$C_{ff:ign}[z_s] = \frac{z^{-q}A[z_s]}{B_s[z_s]B_u(1)}$	$\frac{z^{-q}B_u[z_s]}{B_u(1)}$	low computation cost
ZPETC	$C_{ff:zp}[z_s] = \frac{z^{-q}A[z_s]B_u^*[z_s]}{B_s[z_s](B_u(1))^2}$	$\frac{z^{-q}B_u[z_s]B_u^*[z_s]}{(B_u(1))^2}$	$\text{Im}\left(\frac{y[z_s]}{r[z_s]}\right) = 0$ (zero phase error)
ZMETC	$C_{ff:zm}[z_s] = \frac{z^{-q}A[z_s]}{B_s[z_s]B_u^*[z_s]}$	$\frac{z^{-q}B_u[z_s]}{B_u^*[z_s]}$	$\left \frac{y[z_s]}{r[z_s]}\right  = 1$ (zero magnitude error)

御器のための逆系  $P_n^{-1}[z_s]$  の極が不安定となる。そこで、近似逆系  $\tilde{P}_n^{-1}[z_s]$  を設計することを考える。ここで、式(1)のように零点を安定部  $B_s[z_s]$  と不安定部  $B_u[z_s]$  に分けることを考える。ただし式(1)は既約とする。

$$P_n[z_s] = \frac{B[z_s]}{A[z_s]} = \frac{B_s[z_s]B_u[z_s]}{A[z_s]} \dots \dots \dots (1)$$

$$B_u[z_s] = b_{u_m}z_s^{n_u} + b_{u(n_u-1)}z_s^{n_u-1} + \dots + b_{u0} \dots \dots \dots (2)$$

ここで  $n_u$  は  $B_u[z_s]$  の次数である。そこで、3手法では式(3)のように  $P[z_s]$  の近似逆系  $\tilde{P}^{-1}[z_s]$  を用いて FF 制御器を設計する。 $B_u^*[z_s]$  の設計法と  $q$  が 3手法の違いである。

$$C_{ff}[z_s] = \tilde{P}^{-1}[z_s] = \frac{z^{-q}A[z_s]}{B_s[z_s]B_u^*[z_s]} \dots \dots \dots (3)$$

〈2-1〉 NPZI 法 NPZI 法は 3手法の中では最も計算量が少ない手法である。NPZI 法においては、 $B_u^*[z_s]$  を

$$B_{u:ign}^*[z_s] = B_u[z_s]|_{z_s=1} = B_u(1) \dots \dots \dots (4)$$

のように、直流項のみを補償するように設計する。ここで、 $q$  は  $A[z_s]$  と  $B_s[z_s]$  の相対次数である。

〈2-2〉 ZPETC 法 NPZI 法では、 $B_u[z_s]$  のダイナミクスを考慮していないが、ZPETC 法では式(5)に示すように零位相誤差になるよう設計する。

$$B_{u:zp}^*[z_s] = \frac{(B_u[z_s]|_{z_s=1})^2}{B_u^f[z_s]} = \frac{(B_u(1))^2}{B_u^f[z_s]} \dots \dots \dots (5)$$

そこで、 $B_u^f[z_s]$  を式(6)のように定義する。

$$B_u^f[z_s] = b_{u0}z_s^{n_u} + b_{u1}z_s^{n_u-1} + \dots + b_{u_m} \dots \dots \dots (6)$$

ここで、式(2)、(6)を比べて分かる通り、次数と係数が“flip-ping”した関係になっている。この操作により、単位円外の不安定零点を、単位円内に射影し、安定零点にすることができる。Tab. 1 に示したように、 $C_{ff:zp}[z_s] = C_{ff:ign} \frac{B_u^f[z_s]}{B_u(1)}$  であり、NPZI 法に補正項を加えた形ともいえる。ここで、 $q$  は  $A[z_s]B_u^f[z_s]$  と  $B_s[z_s]$  の相対次数である。

目標軌道に  $q$  サンプルだけ未来の値を与え、 $z_s =$

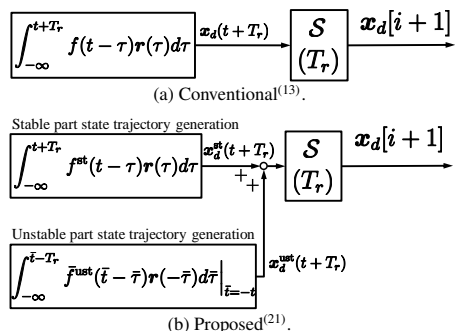


Fig. 3. State trajectory generation.

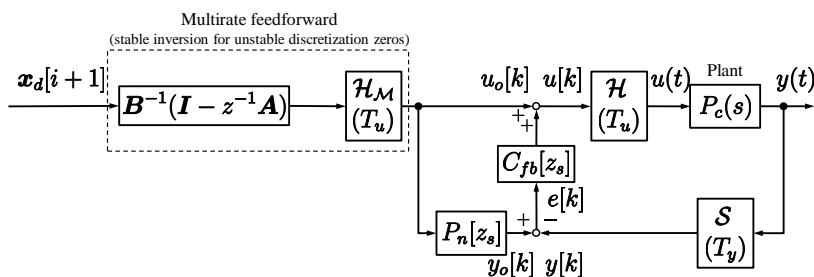


Fig. 4. Multirate feedforward control proposed in reference (13).  $S, \mathcal{H}, \mathcal{H}_M$  denote a sampler, a holder, and a multirate holder, respectively.  $z$  and  $z_s$  denote  $e^{sT_r}$  and  $e^{sT_u}$ , respectively.

$\exp(j\omega T_y)$  を代入すると, 式 (7) を得る (22).

$$\text{Im} \left\{ \frac{y[k]}{r[k+q]} \right\} = \text{Im} \left\{ \frac{B_u(e^{-j\omega T_s})B_u(e^{j\omega T_s})}{(B_u(1))^2} \right\} = 0 \quad 0 \leq \omega \leq \pi/T_u \quad (7)$$

以上より, ナイキスト周波数までの全周波数領域上で位相誤差が 0 であることがわかる。

〈2・3〉 ZMETC 法 ZMETC 法では, 式 (8) により不安定零点を近似逆系の安定極に変換している。

$$B_{u,ZM}^*[z_s] = B_u^*[z_s] \cdots \cdots \cdots (8)$$

ここで,  $q$  は  $A[z_s]$  と  $B_s[z_s]B_u^*[z_s]$  の相対次数である。ZMETC 法では, Tab. 1 に示すように, 全周波数領域上でゲイン誤差がなくなる。

3. 連続時間安定零点を持つ制御対象に対する FF 制御器の設計法 (PTC 法) (13)

第 1 章で述べたように, 離散時間系の伝達関数には真性零点と離散化零点の 2 種類がある (2)(3)。連続時間系において不安定零点を持たない場合, 真性零点は安定になる。ところが, 相対次数が 2 次よりも大きい場合, 離散化零点は不安定零点になり (4), 外乱やモデル化誤差がない場合であってもシングルレート制御系の枠組みでは完全追従 (10) は達成することができない。

マルチレートフィードフォワードに基づく完全追従制御法 (13) は不安定な離散化零点に対する安定な逆系を設計する手法である。本手法は, Fig. 3(a) のように連続時間系の零点を用いて状態変数軌道を生成する。そして Fig. 4 に示す不安定な離散化零点の安定逆系であるマルチレートフィードフォワードを用いて安定な制御入力を生成する。しかしながら, 本手法であっても連続時間系において不安定零点を持つ場合, 状態変数軌道が発散するため, 連続時間系において近似を行う必要がある (7)。この問題は, 第 4 章に示す時間軸反転による状態変数軌道生成により解決する。

〈3・1〉 定義 連続時間系におけるノミナルプラントを式 (9) に示す。

$$P_c(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_0} \quad \cdots \cdots (9)$$

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + b_c u(t) \quad \cdots \cdots \cdots (10)$$

$$y(t) = c_c x(t) \quad \cdots \cdots \cdots (11)$$

式 (9) を可制御正準系で実現し, 状態変数  $x$  および  $A_c, b_c, c_c$  行列を式 (12) に定義する。

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ & & & & -a_{n-1} \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (12)$$

$$b_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$c_c = \begin{bmatrix} b_0 & b_1 & \cdots & b_m & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

ここで,  $B(s)$  および  $A(s)$  は  $P_c(s)$  の既約な分子と分母を表す。また,  $n$  および  $m (< n)$  はそれぞれ  $B(s)$  と  $A(s)$  の次数を表す。式 (10) に示す連続時間状態方程式をサンプリング周期  $T_u$  で離散化し, 式 (13) を得る。

$$x[k+1] = A_s x[k] + b_s u[k], y[k] = c_s x[k] \quad \cdots \cdots (13)$$

ただし,  $A_s, b_s, c_s$  を式 (14) により求める。

$$A_s = e^{A_c T_u}, b_s = \int_0^{T_u} e^{A_c \tau} b_c d\tau, c_s = c_c \quad \cdots \cdots (14)$$

〈3・2〉 状態変数軌道  $x_d(t)$  の生成 出力  $y(t)$  が目標軌道  $r(t)$  に追従するためには, 式 (11) より状態変数軌道  $x_d(t)$  は式 (15) を満たしている必要である。

$$r(t) = c_c x_d(t) \quad \cdots \cdots \cdots (15)$$

連続時間系の伝達関数に零点を持たない制御対象の場合, 状態変数軌道  $x_d = [x_{1d} \ x_{2d} \ \cdots \ x_{nd}]^T$  は,  $c_c = [b_0 \ 0 \ \cdots \ 0]$  を考慮すると, 式 (15) より  $x_d = \frac{1}{b_0} [r \ sr \ \cdots \ s^{n-1}r]^T$  となる。例えば, 制御対象が 0/2 次の剛体である場合, 状態変数軌道は位置と速度に相当する値となる。

そこで, 連続時間系に零点を持つ場合, 状態変数軌道は式 (16) のように導出する (7)(13)。また, ブロック図を Fig. 3(a) に示す。

$$x_d(t) = \int_0^t f(t-\tau)r(\tau)d\tau \quad \cdots \cdots \cdots (16)$$

$$f(t) = \tilde{\mathcal{L}}^{-1} \left[ \frac{1}{B(s)} \right] \quad \cdots \cdots \cdots (17)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t) &= [r_1(t) \ r_2(t) \ \cdots \ r_n(t)]^T \\ &= [1 \ s \ \cdots \ s^{n-1}]^T r(t) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ただし,  $\tilde{\mathcal{L}}$  は片側 Laplace 変換を表す。式 (16), (18) において, 目標軌道  $r(t)$  の  $n-1$  回微分が与えられれば  $\mathbf{x}_d(t)$  を求めることができる。

しかし, 連続時間系の伝達関数に不安定零点を持つ場合,  $\frac{1}{B(s)}$  は不安定となり,  $\mathbf{x}_d(t)$  が発散する問題がある。この問題は第 4 章に示す時間軸反転により解決する。

**<3・3> フィードフォワード制御入力  $\mathbf{u}_o$  生成** 不安定な離散化零点の問題は, マルチレートフィードフォワード制御法<sup>(13)</sup>により解決する。ここで, Fig. 3, 4 に示すように 3 つの周期を考える。 $T_y$ ,  $T_r$  は出力  $y(t)$ , 目標軌道  $r(t)$  に対するサンプリング周期,  $T_u$  は制御入力  $u(t)$  に対するホールド周期を表す。ここで本稿では  $T_r = nT_u = nT_y$  と設定する。

式 (13) をマルチレート化し, 式 (19) を得る。

$$\mathbf{x}[i+1] = \mathbf{A}\mathbf{x}[i] + \mathbf{B}\mathbf{u}[i], \quad y[i] = \mathbf{c}\mathbf{x}[i] \dots\dots\dots (19)$$

ただし,  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{c}, i$  について式 (20) のように定義する。

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \mathbf{A}_s^n, \quad \mathbf{B} = [\mathbf{A}_s^{n-1}\mathbf{b}_s \quad \mathbf{A}_s^{n-2}\mathbf{b}_s \quad \cdots \quad \mathbf{A}_s\mathbf{b}_s \quad \mathbf{b}_s] \\ \mathbf{c} &= \mathbf{c}_c, \quad \mathbf{x}[i] = \mathbf{x}(iT_r) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここで式 (19) は  $t = iT_r = kT_u$  から  $t = (i+1)T_r = (k+n)T_u$  の状態遷移を計算することにより得られる。また, 入力  $\mathbf{u}_o[i]$  を式 (21) に示す lifting form で定義する。

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_o[i] &= [u_1[i] \quad u_2[i] \quad \cdots \quad u_n[i]]^T \\ &= [u(kT_u) \quad u((k+1)T_u) \quad \cdots \quad u((k+n-1)T_u)]^T \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (21)$$

式 (19), (20) から, 可制御であれば  $\mathbf{B}$  行列が正則であるため, フィードフォワード入力  $\mathbf{u}_o[i]$  は式 (22) により求めることができる。ここで,  $T_r = nT_u$  だけ preview した状態変数軌道  $\mathbf{x}_d[i+1]$  を用いていることに注意されたい。

$$\mathbf{u}_o[i] = \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{I} - z^{-1}\mathbf{A})\mathbf{x}_d[i+1] \dots\dots\dots (22)$$

ただし,  $z$  は  $e^{sT_r}$  を表す。

**4. 連続時間不安定零点を持つ制御対象に対する FF 制御器の設計法 (Preactuation PTC 法)<sup>(21)</sup>**

連続時間の伝達関数に不安定零点を持つ制御対象の場合, Fig. 3(a) および式 (16) による状態変数軌道生成が発散するという問題がある。本章では, Fig. 3(b) に示すような連続時間の不安定零点を持つ制御対象に対する安定な状態変数軌道の生成法について定式化する。

**<4・1> 安定部と不安定部の分割**  $B(s)^{-1}$  を安定極を持つ  $F^{st}(s)$ , 不安定極を持つ  $F^{ust}(s)$  に分解する。

$$B(s)^{-1} = F^{st}(s) + F^{ust}(s) \dots\dots\dots (23)$$

また,  $\tilde{\mathcal{L}}$  を片側 Laplace 変換として,  $f^{st}(t), \tilde{f}^{ust}(t)$  を式 (24) に定義する<sup>(23)</sup>。ここで,  $F^{ust}(-s)$  は安定であることに注意

されたい。

$$f^{st}(t) = \tilde{\mathcal{L}}^{-1}[F^{st}(s)], \quad \tilde{f}^{ust}(t) = \tilde{\mathcal{L}}^{-1}[(-1)^l F^{ust}(-s)] \quad \dots\dots\dots (24)$$

**<4・2> 安定部の状態変数軌道生成** 安定部の状態変数軌道  $\mathbf{x}_d^{st}(t)$  については, 式 (25) を用いて生成する。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_d^{st}(t) &= [x_{1d}^{st}(t) \quad x_{2d}^{st}(t) \quad \cdots \quad x_{nd}^{st}(t)]^T \\ &= \int_{-\infty}^t f^{st}(t-\tau)\mathbf{r}(\tau)d\tau \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

**<4・3> 時間軸反転による不安定部の状態変数軌道生成** 不安定部の状態変数軌道  $\mathbf{x}_d^{ust}(t)$  は, 時間軸を反転した目標軌道  $\mathbf{r}(-\bar{t})$  と安定である  $\tilde{f}^{ust}(\bar{t}-\bar{\tau})$  を畳み込み計算し, さらにそれを時間軸反転することにより得られる。両側ラプラス変換による証明は文献 (23), (24) を参照されたい。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_d^{ust}(t) &= [x_{1d}^{ust}(t) \quad x_{2d}^{ust}(t) \quad \cdots \quad x_{nd}^{ust}(t)]^T \\ &= \int_{-\infty}^{\bar{t}} \tilde{f}^{ust}(\bar{t}-\bar{\tau})\mathbf{r}(-\bar{\tau})d\bar{\tau} \Big|_{\bar{t}=-t} \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

**<4・4> 状態変数軌道の導出** 安定部分と不安定部分の状態変数軌道を合計し, 状態変数軌道  $\mathbf{x}_d(t)$  を求める。

$$\mathbf{x}_d(t) = \mathbf{x}_d^{st}(t) + \mathbf{x}_d^{ust}(t) \dots\dots\dots (27)$$

**<4・5> マルチレートフィードフォワードの適用** 以上により, 連続時間不安定零点を考慮した安定な状態変数軌道が求まった。不安定な離散化零点に対しては, マルチレートフィードフォワードにより安定な制御入力を求める。

$$\mathbf{u}_o[i] = \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{I} - z^{-1}\mathbf{A})\mathbf{x}_d[i+1] \dots\dots\dots (28)$$

**5. シミュレーション例**

**<5・1> シミュレーション条件** 本稿では, Fig. 5 に示す, 精密ステージの一例であるガントリステージ<sup>(15)(25)(26)</sup>を模したモデルをもとにシミュレーションを行う。リニアエンコーダによる計測点の高さを  $L_m$  とすると, 電流指令値から計測位置  $x$  までの伝達関数は式 (29) で表される。電流制御系は極が  $s = -10000$  の 1 次遅れ系と仮定している。

$$P_c(s) = 3.048 \times 10^{10} \frac{(0.1228 - L_m)s^2 + 0.4102s + 3476}{s(s + 10000)(s + 1.846)(s^2 + 5.623s + 4.078 \times 10^4)} \quad \dots\dots\dots (29)$$

計測点の高さにより, 連続時間系における零点が安定・不安定と変わることが分かる。本制御対象はリニアエンコーダを 2 個持っており, 内分・外分することにより仮想的に計測点の高さ  $L_m$  を変えることができる<sup>(26)</sup>。今回検討する 2 条件の bode 線図を Fig. 6 に示す。

また, 目標軌道を Fig. 7(a), 9(a) に示すような 9 次多項式で補間されたステップ軌道で与える。ステップ時間は 0.02 秒と設定した。Fig. 2-4 に示すブロック図でシミュレーションを行った。この構成では, モデル化誤差・外乱がない場合はフィードバック制御器  $C_{fb}[z_s]$  は働かない。また, サンプリング周期  $T_u = 100\mu s$  とし, シミュレーションの時間刻みは  $H = 1\mu s$  とした。シミュレーションは  $-1.0s < t < 1.0s$  の時間で行った。

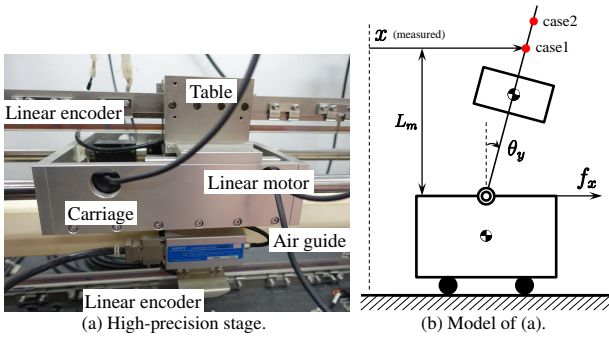


Fig. 5. Experimental high-precision stage and its model for simulation<sup>(15)(25)(26)</sup>.

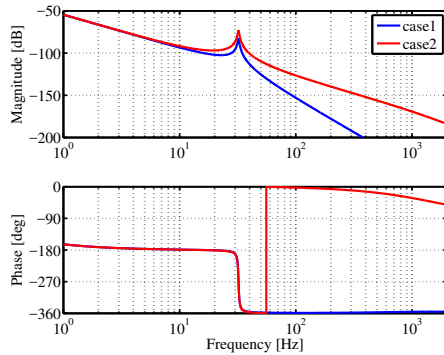


Fig. 6. Bode diagram of  $P_c(s)$ .

〈5・2〉 連続時間安定零点を持つ場合 (case1) 式 (29) より,  $L_m < 0.1228$  で, に示すように連続時間系の零点は安定零点となる。  $L_m = 0.1228$  とすると, 式 (30) を得る。この分子多項式は, HDD における例の主共振のモード影響定数が  $-1$  である場合に相当する<sup>(22)</sup>。式 (30) を  $T_u = 100 \mu s$  で離散化すると式 (31) を得る。

$$P_{c1}(s) = \frac{3701(s + 8476)}{s(s + 10000)(s + 1.846)(s^2 + 5.623s + 4.078 \times 10^4)} \dots (30)$$

$$P_{s1}[z_s] = \frac{1.502 \times 10^{-14}(z_s + 9.674)(z_s + 0.9721)(z_s - 0.4284)(z_s + 0.09712)}{(z_s - 1)(z_s - 0.9998)(z_s - 0.3679)(z_s^2 - 1.999z_s + 0.9994)} (31)$$

真性零点 1 個 ( $z_s = 0.4286$ ), 離散化零点 3 個 ( $z_s = -9.674, -0.09712, -0.9721$ ) を持ち,  $z_s = -9.674$  が不安定な離散化零点である。

シミュレーション結果を Fig. 7 に示す。 Fig. 7(d) から, PTC を用いた場合,  $T_r = nT_u = 500 \mu s$  ごとに誤差が 0 になっており, 完全追従が達成できていることが分かる。また, サンプル点間の位置決め誤差は ZPETC 法に比べ 4 桁, NPZI 法や ZMETC 法に比べ 7 桁良いことが分かる。

〈5・3〉 連続時間不安定零点を持つ場合 (case 2) 式 (29) において,  $L_m = 0.300$  とすると, 式 (32) に示すように連続時間系において不安定零点を持つ。また, 式 (32) を  $T_u = 100 \mu s$  で離散化すると式 (33) を得る。

$$P_{c2}(s) = \frac{-1599(s - 141.2)(s + 138.9)}{s(s + 10000)(s + 1.846)(s^2 + 5.623s + 4.078 \times 10^4)} \dots (32)$$

$$P_{s2}[z_s] = \frac{-2.112 \times 10^{-10}(z_s + 2.971)(z_s - 1.014)(z_s - 0.9862)(z_s + 0.2045)}{(z_s - 1)(z_s - 0.9998)(z_s - 0.3679)(z_s^2 - 1.999z_s + 0.9994)} (33)$$

この場合, 連続時間系の不安定零点 ( $s = 141.2$ ) 由来の不安定な真性零点 ( $z_s = 1.014$ ) があることが分かる。また, 不

安定な離散化零点 ( $z_s = -2.971$ ) を持つ。

第 4 章に示した手法により生成された状態変数軌道を Fig. 8 に示す。また, シミュレーション結果を Fig. 9 に示す。式 (26) に示した時間軸反転操作により,  $x_d(t)$  が負時間に非零の指令値を持っていることが分かる。これにより, Fig. 9(e) に示すように, 負の無限時間の preactuation をする制御入力生成されている。 Fig. 9(c) から, Preactuation PTC<sup>(21)</sup> では正の時間, 負の時間ともに  $T_r = nT_u = 500 \mu s$  ごとに誤差が 0 になっており, 完全追従が達成できていることが分かる。以上により, 今回紹介した時間軸反転による状態変数軌道生成をした Preactuation PTC<sup>(21)</sup> の有効性が示された。

## 6. まとめ

本稿では, マルチレートフィードフォワードに基づく軌道追従制御理論の新展開として, 本研究グループで近年提案された連続時間系に不安定零点を持つ制御対象への完全追従制御法 (Preactuation PTC 法) を紹介した。離散時間領域における零点は, 1) 連続時間領域に対応する零点がある真性零点, 2) 連続時間領域に対応する零点を持たない離散化零点, の 2 種類がある。連続時間領域で不安定な零点を持つ制御対象は, 離散時間領域で不安定な真性零点を持つ。一方で, 連続時間領域の零点が安定であっても, 相対次数が 2 次を超えている場合, 離散化零点は不安定となる。

Preactuation PTC 法は, 1) について時間軸反転法による安定な状態変数軌道生成, 2) についてマルチレートフィードフォワードの適用により, 完全追従を達成する安定な制御入力を生成する手法である。これは時間軸反転により生成された負の無限時間の preactuation により, ステップ軌道が印加される  $t = 0$  において, 非零の所望な状態変数軌道に一致するために実現されている。本手法は, 無限時間の preactuation が必要であるが, 連続時間の不安定零点の時定数より十分長い preactuation をすることにより, 実用的な結果を得られると考えられる。

## 謝 辞

本研究の一部は JSPS 科研費 15J08488 の助成を受けたことを付記する。

## 文 献

- (1) 松尾孝美:「制御系における零点 [IV] 零点と応答波形」, 計測と制御, vol. 29, no. 6, pp. 543-550, 1990.
- (2) T. Hagiwara, T. Yuasa, and M. Araki, "Stability of the limiting zeros of sampled-data systems with zero-and first-order holds," *International Journal of Control*, vol. 58, no. 6, pp. 1325-1346, 1993.
- (3) T. Hagiwara, "Analytic study on the intrinsic zeros of sampled-data systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 41, no. 2, pp. 261-263, 1996.
- (4) K. Åström, P. Hagander, and J. Sternby, "Zeros of sampled systems," *Automatica*, vol. 20, no. 1, pp. 31-38, 1984.
- (5) J. Hoagg and D. Bernstein, "Nonminimum-phase zeros - much to do about nothing - classical control - revisited part II," *IEEE Control Systems*, vol. 27, no. 3, pp. 45-57, 2007.



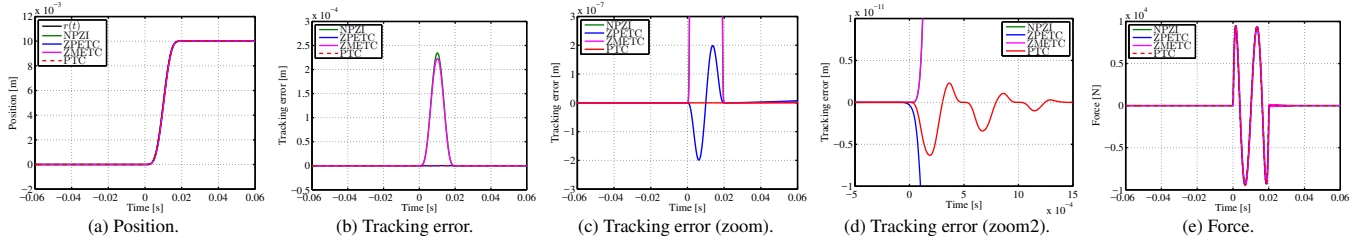


Fig. 7. Simulation results of the plant with continuous time stable zero (case 1).

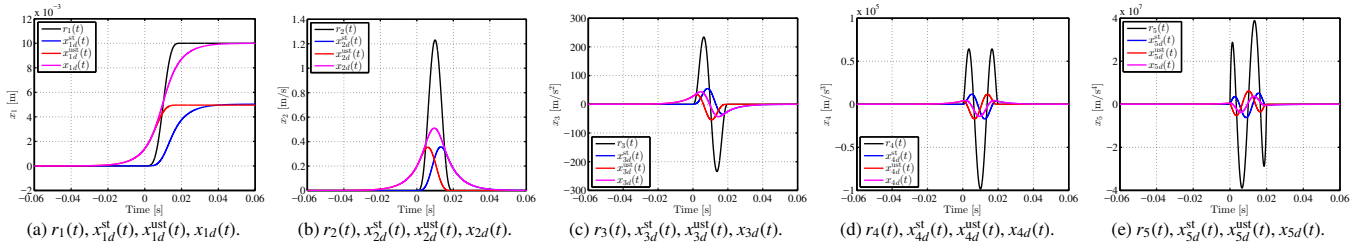


Fig. 8. Generated state trajectory by time axis reversal for case 2 (see equations (25), (26), and (27)).

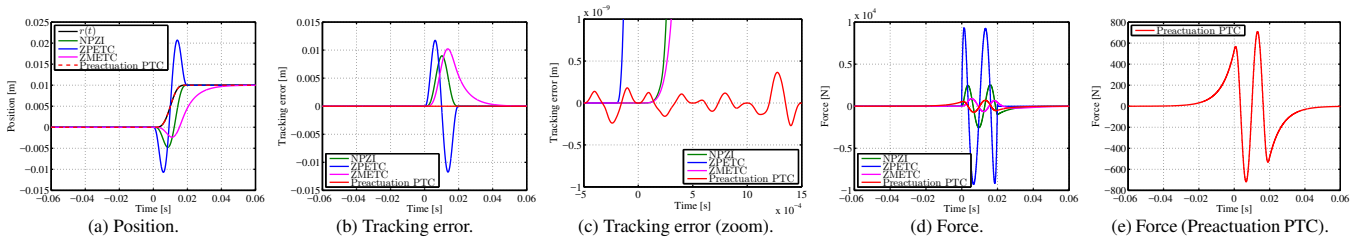


Fig. 9. Simulation results of the plant with continuous time unstable zero (case 2).

(6) H. Butler, "Position Control in Lithographic Equipment," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 31, no. 5, pp. 28–47, 2011.

(7) H. Fujimoto, K. Fukushima, and S. Nakagawa, "Vibration suppression short-span seeking of HDD with multirate feedforward control," in *American Control Conference*, pp. 582–587, 2006.

(8) 武井大輔・藤本博志・堀洋一:「昇圧コンバータにおける平滑コンデンサの小型化を目的とした負荷電流フィードフォワード制御」, 電気学会論文誌 D 産業応用部門誌, vol. 135, no. 5, pp. 457–466, 2015.

(9) T. Miyajima, H. Fujimoto, and M. Fujitsuna, "A Precise Model-Based Design of Voltage Phase Controller for IPMSM," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 28, no. 12, pp. 5655–5664, 2013.

(10) M. Tomizuka, "Zero phase error tracking algorithm for digital control," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 109, pp. 65–68, 1987.

(11) J. A. Butterworth, L. Y. Pao, and D. Y. Abramovitch, "Analysis and comparison of three discrete-time feedforward model-inverse control techniques for nonminimum-phase systems," *Mechatronics*, vol. 22, no. 5, pp. 577–587, 2012.

(12) J. Wen and B. Potsaid, "An experimental study of a high performance motion control system," in *American Control Conference*, vol. 6, pp. 5158–5163, 2004.

(13) H. Fujimoto, Y. Hori, and A. Kawamura, "Perfect tracking control based on multirate feedforward control with generalized sampling periods," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 48, no. 3, pp. 636–644, 2001.

(14) K. Saiki, A. Hara, K. Sakata, and H. Fujimoto, "A Study on High-Speed and High-Precision Tracking Control of Large-Scale Stage Using Perfect Tracking Control Method Based on Multirate Feedforward Control," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 4, pp. 1393–1400, 2010.

(15) H. Fujimoto, K. Sakata, and K. Saiki, "Application of Perfect Tracking Control to Large-Scale High-Precision Stage," in *5th IFAC Symposium on Mechatronic Systems*, pp. 188–193, 2010.

(16) T. Shiraishi and H. Fujimoto, "Positioning control for Piezo scanner using multirate perfect inverse model based iterative learning control," in *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, pp. 993–998, 2010.

(17) H. Fujimoto and T. Takemura, "High-precision control of ball-screw-driven stage based on repetitive control using n-times learning filter," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 7, pp. 3694–3703, 2014.

(18) B. Rigney, L. Y. Pao, and D. Lawrence, "Nonminimum phase dynamic inversion for settle time applications," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 17, no. 5, pp. 989–1005, 2009.

(19) L. Marconi, G. Marro, and C. Melchiorri, "A solution technique for almost perfect tracking of non-minimum-phase, discrete-time linear systems," *International Journal of Control*, vol. 74, no. 5, pp. 496–506, 2001.

(20) T. Shiraishi and H. Fujimoto, "A Reference Trajectory Generation for System with Unstable Zeros Considering Negative-time Domain Analysis," in *IEEJ International Workshop on Sensing, Actuation, and Motion Control*, 2015.

(21) W. Ohnishi and H. Fujimoto, "Multirate Feedforward Control with State Trajectory Generation based on Time Axis Reversal for Plant with Continuous Time Unstable Zeros," in *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, 2016.

(22) 山口高司・平田光男・藤本博志:「ナノスケールサーボ制御—高速・高精度に位置を決める技術」, 東京電機大学出版局, 2007.

(23) 十河拓也:「モデルマッチング非因果的解の計算法とその予見フィードフォワード制御への応用」, 計測自動制御学会論文集, vol. 42, no. 1, pp. 40–46, 2006.

(24) T. Sogo, "On the equivalence between stable inversion for nonminimum phase systems and reciprocal transfer functions defined by the two-sided Laplace transform," *Automatica*, vol. 46, no. 1, pp. 122–126, 2010.

(25) A. Hara, K. Saiki, K. Sakata, and H. Fujimoto, "Basic examination on simultaneous optimization of mechanism and control for high precision single axis stage and experimental verification," in *34th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*, pp. 2509–2514, 2008.

(26) T. Shiraishi and H. Fujimoto, "Trajectory tracking control method based on zero-phase minimum-phase factorization for nonminimum-phase continuous-time system," in *International Workshop on Advanced Motion Control*, pp. 1–6, 2012.